



# Modélisation de la génération d'ultrasons par laser : application à l'inspection de composants aéronautiques métalliques et composites

Eleftherios Anagnostopoulos

## ► To cite this version:

Eleftherios Anagnostopoulos. Modélisation de la génération d'ultrasons par laser : application à l'inspection de composants aéronautiques métalliques et composites. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2016. Français. <NNT : 2016BORD0043>. <tel-01315560>

**HAL Id: tel-01315560**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01315560>**

Submitted on 17 May 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE  
**DOCTEUR DE**  
**L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR  
SPÉCIALITÉ Mécanique

Par Eleftherios ANAGNOSTOPOULOS

**Modélisation de la génération d'ultrasons par laser :**  
***Application à l'inspection de composants aéronautiques métalliques et  
composites***

Sous la direction de : Bertrand AUDOIN  
(co-encadrant : Damien SEGUR)

Soutenue le 25 Mars 2016

Membres du jury :

Mme PRADA-JULIA Claire, Directrice de recherche au CNRS – Institut Langevin, ESPCI PARISTECH	Présidente
M. LE CLÉZIO Emmanuel, Professeur à l'Université de Montpellier	Rapporteurs
M. JENOT Frédéric, Maître de Conférences à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis	
M. AUDOIN Bertrand, Professeur à l'Université de Bordeaux	Examineurs
M. SEGUR Damien, Ingénieur-chercheur, C.E.A.	
M. CAMPAGNE Benjamin, Docteur, Airbus Group SAS	Invité



# **Titre : Modélisation de la génération d'ultrasons par laser : Application à l'inspection de composants aéronautiques et composites**

**Résumé :** Le Contrôle Non Destructif par ultrasons-laser est une technique attractive pour l'industrie aéronautique de par son caractère entièrement sans contact et permet l'inspection rapide et efficace de composants mécaniques complexes. L'objectif de ces travaux de thèse concerne la modélisation de la génération d'ultrasons par laser dans les composants aéronautiques, métalliques et composites, de géométrie bicouche. Nous cherchons en effet à étudier l'influence sur le mécanisme de génération ultrasonore d'un revêtement tel qu'une couche superficielle de peinture ou de résine. Dans un premier chapitre, nous proposons une modélisation semi-analytique unidimensionnelle de la génération et propagation d'ultrasons par laser dans une géométrie bicouche au travers de deux approches. L'apport en termes de coût numérique d'une des deux méthodes nous conduit à montrer leur équivalence en traitant rigoureusement le problème des conditions aux limites. Dans les trois derniers chapitres, des modèles de directivité des ondes ultrasonores générées par laser sont proposés dans des géométries de complexité croissante, d'un matériau homogène jusqu'au cas d'un bicouche en passant par le cas intermédiaire de deux demi-espaces aux propriétés optiques variées. L'influence de l'épaisseur d'une couche superficielle de résine à la surface d'un matériau composite est très nettement mise en évidence et expliquée à l'aide des différents outils développés. Nous discutons également de l'intérêt du calcul de ces directivités dans la prise en compte des sources élastiques engendrées par laser dans un formalisme de type rayon utilisé par le logiciel dédié au contrôle non destructif CIVA développé au CEA.

**Mots clés :** Ultrasons-laser, diagramme de directivité, revêtement, bicouche.

---

## **Title: Modeling of laser ultrasonic transduction: Application to the NDE of composite and metallic aircraft component**

**Abstract:** The laser-ultrasonic technique is an attractive Non Destructive Testing technology for the aviation industry. Indeed, its non-contact ultrasonic generation process could allow inspecting complex mechanical part at high sampling rates. The purpose of this work consists in the modelling of the generation of ultrasonic waves by a laser pulse in metallic or composite materials in bilayer geometry. In this work, we seek to analyze in detail the influence of coatings on the ultrasonic generation process such as paint or resin coatings usually used in industrial parts. In a first chapter, we propose two different approaches of a semi-analytical modelling of the generation and propagation of ultrasonic waves in a one-dimensional assumption of a bilayer sample. As one of them handles shorter computation times, we decide to rigorously show the equivalence of these different approaches focusing on the boundary value problem. In the three last chapters, different models of the directivity patterns of ultrasonic waves generated by a laser pulse are given in geometries of increasing complexity, from a homogeneous material to a bilayer considering the intermediate case of two half-spaces of various optical properties. As a result, we clearly show the influence of a superficial skin layer on the laser-generated ultrasounds emitted in composite materials. We also discuss briefly on the interest of the directivity patterns to model elastic sources generated by laser in a ray formalism used in the CIVA software dedicated to NDT simulations and developed at CEA.

**Keywords:** Laser ultrasonics, directivity pattern, coating, bilayer.

### **Unité de recherche**

Université Bordeaux - CNRS UMR 5295 - I2M, dept. APY – BAT. A4  
351, cours de la Libération F-33405, Talence, France



*Je remercie Monsieur Bertrand Audoin, Professeur à l'Université de Bordeaux, pour avoir dirigé cette thèse, et pour m'avoir accueilli au sein de l'équipe Ultrasons Lasers du département d'Acoustique Physique de l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de l'Université de Bordeaux.*

*J'adresse toute ma reconnaissance à Monsieur Damien Ségur, Chef du laboratoire de Contrôle Non Destructif pour les applications aéronautiques du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Energies Alternatives, pour m'avoir encadré durant ces trois années. Ses connaissances et ses conseils ont rendu possible l'aboutissement de ce travail de thèse.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur Sébastien Rolet, pour m'avoir accueilli au Département R&D pour la Qualité des Structures, d'Airbus Group Innovations.*

*Je remercie vivement Monsieur Emmanuel Le Clézio, Professeur à l'Université de Montpellier, et Monsieur Frédéric Jenot, Maître de Conférences à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, pour avoir accepté de juger ce travail.*

*Je tiens à remercier Madame Claire Prada-Julia, Directrice de recherche au CNRS, qui m'a fait l'honneur de présider le jury d'examen.*

*Mes remerciements iront aussi à Monsieur Samuel Raetz, Maître de Conférences à l'Université du Maine, et Monsieur Benjamin Campagne, Ingénieur Airbus Group Innovations, pour leur participation au jury de cette thèse.*

*De très grands remerciements iront particulièrement à Frédéric Reverdy, Karim Jezzine, Thomas Dehoux, et Nicolas Dominguez pour tout ce qu'ils m'ont appris, pour leur gentillesse et leur patience.*

*Je remercie aussi toutes les personnes du CEA, de l'Université de Bordeaux, ainsi que celles d'Airbus Group Innovations.*

*À mes parents, Charalampos et Dimitra, et toute ma famille.*



# Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	iv
Liste des tableaux	xii
Introduction générale	1
<b>1 Modélisation semi-analytique 1D de la génération d’ultrasons par laser dans un échantillon bicouche</b>	<b>8</b>
1.1 Les ultrasons-laser, un régime thermoélastique . . . . .	10
1.1.1 Modèle de génération unidimensionnel : un modèle bien adapté aux applications industrielles . . . . .	10
1.1.2 Présentation de la géométrie et des hypothèses du modèle . . . .	12
1.2 Les équations décrivant les mécanismes de la génération ultrasonore par laser . . . . .	13
1.2.1 Calcul de la densité de puissance $Q_1$ et $Q_2$ déposée dans les deux milieux . . . . .	13
1.2.2 Évolution du champ de température . . . . .	14
1.2.3 Résolution de l’équation d’onde élastodynamique . . . . .	15
1.2.4 Applications numériques . . . . .	19
1.3 Utilisation de la convolution de la fonction de Green $G$ par le profil d’absorption optique $p(z)$ pour calculer le champs des déplacements . . . . .	22
1.3.1 Calcul des déplacements dans un demi-espace en utilisant un terme source dans l’équation d’ondes . . . . .	23
1.3.2 Calcul des déplacements dans un demi-espace par la convolution de la fonction de Green $G$ avec la distribution de sources associée au gradient de température $\nabla T$ . . . . .	24
1.4 Étude des paramètres influents sur la génération ultrasonore . . . . .	28
1.4.1 Effet de la durée d’impulsion $\tau_p$ . . . . .	28
1.4.2 Effet de la longueur de pénétration optique dans la couche de la résine . . . . .	30
1.4.3 Effet de l’épaisseur de la couche de la résine . . . . .	32
1.5 Conclusion . . . . .	34



<b>2</b>	<b>Diagrammes des directivités de sources acoustiques rayonnant dans un demi-espace isotrope suite à l'absorption d'une impulsion laser</b>	<b>36</b>
2.1	Description de la géométrie et des hypothèses du modèle . . . . .	38
2.2	Principe du calcul des directivités d'une source acoustique générée par une force appliquée à la surface d'un demi-espace élastique isotrope et homogène	39
2.2.1	Principe du théorème de réciprocité . . . . .	39
2.2.2	Fonction de directivité $f_L$ pour des ondes de polarisation longitudinale . . . . .	43
2.2.3	Fonction de directivité $f_T$ pour des ondes de polarisation transversale	44
2.2.4	Calcul des coefficients de réflexion d'un problème à 3 ondes . . . .	45
2.3	Calcul des fonctions de directivité de deux sources acoustiques typiques générées par laser . . . . .	49
2.3.1	Directivités en régime d'ablation . . . . .	49
2.3.2	Directivités en régime thermoélastique surfacique pour un matériau fortement absorbant . . . . .	51
2.4	Fonctions de directivité d'une source acoustique distribuée dans le volume d'un matériau semi-transparent . . . . .	54
2.4.1	Rayonnement d'une source d'expansion enfouie . . . . .	54
2.4.2	Effet de l'enfouissement d'une source d'expansion . . . . .	57
2.4.3	Rayonnement d'une source acoustique distribuée dans le volume du demi-espace . . . . .	59
2.5	Conclusion . . . . .	67
<b>3</b>	<b>Rayonnement d'une source acoustique située à l'interface entre deux demi-espaces transparent et semi-transparent, isotropes et homogènes</b>	<b>69</b>
3.1	Description de la géométrie et des hypothèses . . . . .	71
3.2	Principe du calcul des directivités d'une source acoustique générée par une force appliquée à l'interface entre deux demi-espaces élastiques, isotropes et homogènes . . . . .	72
3.2.1	Application du théorème de réciprocité pour une force appliquée à l'interface entre deux demi-espaces . . . . .	72
3.2.2	Calcul des coefficients de réflexion et transmission d'un problème à 5 ondes . . . . .	73
3.2.3	Fonctions de directivité $f_L$ pour des ondes de polarisation longitudinale . . . . .	81
3.2.4	Fonctions de directivité $f_T$ pour des ondes de polarisation transversale	84
3.3	Description des fonctions de directivité générées par absorption optique dans un milieu opaque chargé par un milieu transparent . . . . .	84
3.3.1	Rayonnement dans le milieu opaque . . . . .	85
3.3.2	Rayonnement dans le milieu transparent . . . . .	89
3.4	Diagrammes de directivité d'une source acoustique générée par absorption optique dans un milieu semi-transparent chargé par un milieu transparent : effet de l'impédance acoustique . . . . .	91
3.5	Conclusion . . . . .	96

<b>4 Diagrammes de directivité de sources acoustiques générées par une impulsion laser dans un demi-espace chargé par une couche élastique isotrope</b>	<b>97</b>
4.1 Description de la géométrie et des hypothèses . . . . .	100
4.2 Génération à l'interface d'un demi-espace opaque chargé par une couche transparente . . . . .	101
4.2.1 Description du problème physique et du problème réciproque . . .	101
4.2.2 Calcul des coefficients de réflexion et transmission d'un problème à 7 ondes . . . . .	102
4.2.3 Fonctions de directivité $f_L^s$ et $f_T^s$ des ondes de polarisation longitudinale et transversale dans le substrat . . . . .	104
4.2.4 Étude des mécanismes de génération . . . . .	105
4.3 Génération dans un demi-espace fortement absorbant chargé par une couche semi-transparente : absorption optique dans la couche . . . . .	111
4.3.1 Fonction de directivité $f_L^d(\theta)$ et $f_T^d(\theta)$ d'une source acoustique générée par absorption optique dans la couche . . . . .	112
4.3.2 Réduction au cas d'un demi-espace isotrope . . . . .	115
4.3.3 Champ acoustique total émis dans le substrat . . . . .	117
4.4 Application à la génération dans un bicouche résine/CFRP . . . . .	118
4.5 Efficacité de génération acoustique par un laser Nd:YAG et un laser CO <sub>2</sub>	122
4.6 Conclusion . . . . .	124
<b>Conclusion Générale et Perspectives</b>	<b>126</b>
<b>Annexe</b>	<b>128</b>
<b>A Calcul de l'énergie absorbée dans un échantillon bicouche optique</b>	<b>129</b>
A.1 Radiation lumineuse : description des champs électriques et magnétiques	130
A.2 Calcul de l'amplitude des ondes électromagnétiques se propageant dans une géométrie bicouche . . . . .	130
A.3 Calcul du vecteur de Poynting $S$ et de la densité volumique d'énergie déposée $Q$ . . . . .	132
<b>B Résolution de l'équation d'onde avec un terme source dans une plaque finie et dans une géométrie bicouche</b>	<b>133</b>
B.1 Résolution de l'équation d'onde avec un terme source dans une plaque finie	133
B.2 Résolution de l'équation d'onde avec un terme source dans une géométrie bicouche . . . . .	134
<b>C Calculs associés au modèle de convolution entre la fonction de Green et le profil correspondant à la distribution de température</b>	<b>138</b>
C.1 Condition de radiation de Sommerfeld . . . . .	138
C.2 Calcul analytique des conditions aux limites . . . . .	138
C.2.1 Condition associée à un saut des contraintes en $z = z_0$ . . . . .	139

C.2.2	Condition associée à la continuité des déplacements à gauche et à droite de la source ponctuelle se situant en $z = z_0$ . . . . .	139
C.2.3	Condition associée à l'hypothèse de surface libre de la plaque en $z = 0$ . . . . .	140
C.3	Détails de la convolution entre la fonction de Green $G$ et le profil $p$ de la source . . . . .	140
C.3.1	Principe de calcul de $I_1$ et $I_2$ . . . . .	141
C.3.2	Calcul de la fonction $G_1(z z_0)$ . . . . .	142
C.3.3	Calcul de la fonction $G_2(z z_0)$ . . . . .	142
<b>Références</b>		<b>143</b>

# Table des figures

1	Utilisation des matériaux composites en pourcentage du poids total dans les avions commerciaux au cours des années. Source : <i>GAO analysis of information from FAA, NASA, Boeing Company, Jane's All the World's Aircraft, and Jane's aircraft Upgrades</i> . . . . .	3
2	Cartographies obtenues par une méthode d'ultrasons classique (cartographie de gauche) et par ultrasons-laser (cartographie de droite). Source : <i>Airbus Nantes</i> . . . . .	5
1.1	Diagrammes de directivité pour différentes largeurs de la source acoustique. Nous exposons les directions de propagation des ondes de compression. La courbe bleue (traits pointillés) correspond à la génération par un laser dont le rayon du spot sur la pièce est $50\text{ }\mu\text{m}$ , et la courbe rouge (traits pleins) correspond à un rayon du spot de $1.875\text{ mm}$ . Dans le deuxième cas les ondes de compression deviennent très directives et se propagent dans la direction normale à la surface. Pour la simulation les paramètres d'une pièce de CFRP ont été utilisés [table 1.1]. . . . .	11
1.2	Présentation de la géométrie 1D considérée dans ce chapitre : un bicouche composé de résine et de CFRP. La couche de résine occupe l'intervalle $z \in [0, d]$ , et le CFRP l'intervalle $z \in [d, D]$ . . . . .	12
1.3	Représentation (a) du champ d'élévation de température $T$ en fonction de la profondeur $z$ , (b) comme une collection des sources ponctuelles de chaleur. (c) Visualisation de la génération acoustique de chaque source ponctuelle. La diffusion thermique est négligée, alors le champ $T$ est indépendant du temps pour $t > 0$ . . . . .	16
1.4	Profil temporel de l'impulsion de laser. . . . .	20
1.5	Déplacements calculés dans un bicouche de résine/CFRP en (a) $z = 0$ , (b) $z = D$ . . . . .	21
1.6	Représentation de la génération acoustique par une source ponctuelle enfouie située au point $z = z_0$ (a) d'un demi-espace, et (b) d'une plaque finie. Pour le premier cas, les ondes directement générées par la source sont les ondes <b>B</b> et <b>C</b> , et l'onde résultant de la réflexion sur la surface en $z = 0$ est notée <b>A</b> . Dans le deuxième cas, nous considérons de plus l'onde <b>D</b> issue de la réflexion sur la face arrière en $z = D$ de la plaque. . . . .	23

1.7	Déplacements calculés en $z = 0$ dans une plaque de CFRP avec la méthode présentée sur le paragraphe §(1.2.3) et la méthode exposée dans ce paragraphe (courbe pointillée). Les déplacements sont calculés en utilisant les profils d'absorption optique exposés dans les encarts respectifs. Deux différentes longueurs de pénétration optique sont considérées : (a) 1 mm, et (b) 20 $\mu\text{m}$ . L'échelle de temps est normalisée par le temps de vol $t_v$ d'une onde longitudinale qui parcourt une distance égale à la longueur de la plaque. . . . .	27
1.8	Déplacements calculés en face arrière ( $z = D$ ), pour différentes durées d'impulsion laser. La longueur de pénétration optique $\xi$ considérée ici est 20 $\mu\text{m}$ . . . . .	29
1.9	Élévation de température $T$ en $z = 0$ à l'épicentre en fonction de temps pour plusieurs durées d'impulsion 20, 50, et 100 ns. . . . .	30
1.10	Déplacements calculés en transmission pour différentes longueurs de pénétration optique : (1) $\xi_r = 10 \mu\text{m}$ , (2) $\xi_r = 20 \mu\text{m}$ , et (3) $\xi_r = 60 \mu\text{m}$ . Pour ces valeurs de pénétration optique les rapports $\xi_r/\lambda_L^r$ sont : (1) $\xi_r/\lambda_L^r = 0.03$ , (2) $\xi_r/\lambda_L^r = 0.07$ , et (3) $\xi_r/\lambda_L^r = 0.2$ . L'axe des temps est normalisé par le temps d'arrivée de l'onde longitudinale. La durée d'impulsion $\tau_p$ considérée ici est 100 ns, la célérité de l'onde longitudinale dans la résine est $v_L^r = 2.87 \text{ mm}/\mu\text{s}$ , et la longueur d'onde acoustique dans la résine est $\lambda_L^r = 0.287 \text{ mm}$ . . . . .	31
1.11	Microscopie obtenue par la technologie OCT (Optical Coherent Tomography) de l'interface résine-époxy/CFRP. La région blanche indique l'épaisseur $d$ de la résine-époxy. Trois différentes épaisseurs $d$ sont indiquées : (i) $d = 20 \mu\text{m}$ , (ii) $d = 70 \mu\text{m}$ , (iii) $d = 140 \mu\text{m}$ . Image fournie par Airbus Group Innovation Nantes. . . . .	32
1.12	Déplacements calculés à la surface en $z = 0$ , dans un bicouche résine-époxy/CFRP pour différentes épaisseurs de la résine $d = 0, 20, 50, 100$ , et 300 $\mu\text{m}$ . . . . .	33
1.13	Amplitude maximale des déplacements calculés en face arrière ( $z = D$ ), en fonction de l'épaisseur $d$ de la résine-époxy. L'épaisseur $d$ est comprise entre 0 et 600 $\mu\text{m}$ . . . . .	34
2.1	Source acoustique linéique localisée en surface. . . . .	39
2.2	Problèmes physiques considérés pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement et les problèmes réciproques respectifs (c) et (d). <sup>64</sup> . . . . .	41
2.3	Description des ondes considérées pour le problème réciproque : l'onde incidente de polarisation longitudinale $\mathbf{u}_{L_i}$ et ses réflexions sur la surface libre avec ( $\mathbf{u}_{T_r}$ ) et sans ( $\mathbf{u}_{L_r}$ ) conversion de mode de propagation. . . . .	43
2.4	Coefficient de réflexion en amplitude (a) $R_{LL}$ , (b) $R_{LT}$ , d'une onde longitudinale à la surface libre d'un milieu isotrope en fonction de l'angle d'incidence, pour différentes valeurs du rapport $v_T/v_L$ . . . . .	46

2.5	Coefficient de réflexion $R_{TT}$ : (a) $\Re(R_{TT})$ , (b) $\Im(R_{TT})$ et (c) $\ R_{TT}\ $ , et coefficient de réflexion $R_{TL}$ : (d) $\Re(R_{TL})$ , (e) $\Im(R_{TL})$ et (g) $\ R_{TL}\ $ d'une onde de polarisation transversale en fonction de l'angle d'incidence. Les paramètres d'une plaque d'aluminium : $v_L = 6420 \text{ ms}^{-1}$ , $v_T = 3040 \text{ ms}^{-1}$ sont utilisés pour le calcul. . . . .	47
2.6	Problème de réflexion d'une onde de cisaillement à la surface du demi-espace. Trois cas sont à distinguer : (a) l'angle d'incidence $\theta_i$ est inférieur à l'angle critique $\theta_{cr}$ , (b) $\theta_i$ est égal à $\theta_{cr}$ et (c) $\theta_i$ est sur-critique. . . . .	48
2.7	Diagrammes de directivité des ondes de compression (trait bleu) et de cisaillement (trait rouge) pour une source acoustique surfacique (a) en régime d'ablation et (b) en régime thermoélastique dipolaire dans un échantillon d'aluminium. . . . .	50
2.8	Diagrammes de directivité d'ondes (a) de compression et (b) de cisaillement, calculés dans une plaque d'aluminium pour une force harmonique appliquée dans la direction parallèle de la surface. Le quadrant de gauche représente les résultats obtenus par le modèle utilisé dans ce chapitre, tandis que le quadrant de droite est extrait du travail de Hutchins. <sup>16</sup> Sur la figure (c), les diagrammes des ondes de cisaillement pour une génération en régime thermoélastique dipolaire sont rappelés. . . . .	53
2.9	Représentation schématique des différentes sources acoustiques : (a) distribuée dans le volume et (b) source d'expansion linéique enfouie en régime thermoélastique. La croix rouge indique la dilatation du volume suivant les axes $x$ et $z$ provoquée par la source d'expansion. Nous considérons la source acoustique de la figure (a) comme une superposition des sources de la figure (b). . . . .	55
2.10	Diagrammes de directivité des ondes de compression générées par une source d'expansion enfouie $\mathbf{F}^S$ (centre de dilatation) pour différents rapports $z_S/\lambda_L = 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.18, 0.21$ . Les diagrammes calculés par le modèle adopté dans ce chapitre sont comparés à ceux calculés par Ceverny <sup>59</sup> décrivant le rayonnement d'un champ sismique. Les profondeurs de la source enfouie choisies sont $z_S = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12$ , et 14 en mètres. . . . .	58
2.11	Diagrammes de directivité des ondes de cisaillement générées par une source d'expansion enfouie $\mathbf{F}^S$ (centre de dilatation) pour différents rapports $z_S/\lambda_T = 0, 0.0052, 0.104, 0.156, 0.208, 0.260, 0.312, 0.364$ . Les diagrammes calculés par le modèle utilisé dans ce chapitre (colonne droite) sont comparés à ceux calculés par Ceverny <sup>59</sup> décrivant le rayonnement d'un champ sismique. . . . .	60
2.12	Schéma du principe de superposition : une source d'expansion enfouie $\mathbf{F}^S$ , est située à un point $S$ du demi-espace et induit un déplacement de polarisation longitudinale $\mathbf{u}_L^M$ (ou transversale $\mathbf{u}_T^M$ ) au point $M$ . Une source acoustique distribuée dans le volume sera modélisée comme la somme de la contribution de chaque source enfouie sur le champ acoustique total rayonné au point $M$ . . . . .	61

2.13	Diagrammes de directivité des ondes de compression calculées dans un verre neutre en prenant en compte la pénétration optique. Sur la colonne de gauche nous présentons les résultats extraits de l'article de Yuhai. <sup>52</sup> Sur la colonne de droite nous exposons les résultats obtenus par le modèle de Raetz, <sup>64</sup> adopté dans ce chapitre. Les courbes présentées sont calculées pour différentes valeurs du ratio $k_L/\beta$ : (a) 0.01, (b) 0.2, (c) 0.3, (d) 0.5, (e) 1, (f) 2, (g) 3, (h) 5, (i) 10. . . . .	64
2.14	Variation de diagrammes de directivité calculés dans un verre neutre en fonction du rapport $k_T/\beta$ . Les valeurs du rapport sont respectivement : (a) 0.1, (b) 1, (c) 6.28. Sur la colonne de gauche nous exposons les résultats de Yuhai, <sup>52</sup> et sur la colonne de droite les résultats reproduits par le modèle utilisé dans ce chapitre. . . . .	66
3.1	Présentation de la géométrie considérée dans ce chapitre. Le demi-espace défini par $z \geq 0$ représente le milieu opaque, et le demi-espace défini par $z < 0$ représente le milieu transparent. . . . .	71
3.2	Description du problème direct et réciproque d'une source se situant à l'interface au point $O$ , rayonnant des ondes acoustiques (a) dans le milieu 2, (b) dans le milieu 1. . . . .	73
3.3	(a) Argument et (b) amplitude du coefficient de réflexion $R_{LL}^{ii}$ à l'interface diamant/fer. . . . .	75
3.4	Courbes de lenteur associées à l'interface diamant/fer. Ici le milieu d'incidence est le diamant, et l'onde incidente est de polarisation longitudinale. . . . .	75
3.5	(a) Argument et (b) amplitude du coefficient $R_{LL}^{ii}$ . Amplitude des coefficients (c) $T_{LL}^{ia}$ , (d) $R_{LT}^{ii}$ , (e) $T_{LT}^{ia}$ en fonction de l'angle d'incidence. . . . .	76
3.6	Courbes de lenteur associées à l'interface verre/fer. Ici le milieu d'incidence est le verre, et l'onde incidente est de polarisation longitudinale. . . . .	77
3.7	(a) Argument et (b) amplitude du coefficient de réflexion $R_{LL}^{ii}$ et (c) amplitude du coefficient de réflexion $R_{LT}^{ii}$ à l'interface diamant/aluminium. . . . .	78
3.8	Courbes de lenteur associées à l'interface aluminium/diamant. Ici le milieu d'incidence est l'aluminium, et l'onde incidente est de polarisation longitudinale. . . . .	79
3.9	(a) Argument et (b) amplitude du coefficient de réflexion $R_{TT}^{ii}$ , amplitude du coefficient de transmission (c) $T_{TT}^{ia}$ , et (d) $T_{TL}^{ia}$ d'une onde de polarisation transversale incidente à l'interface diamant/fer. . . . .	80
3.10	Courbes de lenteur associées à l'interface diamant/fer. Ici le milieu d'incidence est le fer, et l'onde incidente est de polarisation transversale. . . . .	81
3.11	Représentation schématique des problèmes réciproques associés aux problèmes physiques : (a) une source acoustique générée dans le milieu 2 rayonnant vers le même milieu, et (b) une source acoustique dans le milieu 2, rayonnant vers le milieu 1. Les flèches en rouge indiquent les ondes contribuant au champ acoustique émis dans chaque cas. . . . .	83

3.12	Champ acoustique en amplitude émis dans le fer par une source d'expansion située à l'interface diamant/fer, générée par <b>forte</b> absorption : (a) ondes de compression, (b) ondes de cisaillement. La colonne de gauche expose les résultats issus du modèle de Nikitin, <sup>70</sup> tandis que la colonne de droite représente les diagrammes calculés par notre modèle. . . . .	87
3.13	Coefficient de réflexion $R_{LT}^{22}$ pour une interface entre les milieux fer/diamant. Le fer est le milieu d'incidence. . . . .	88
3.14	Diagrammes de directivité des ondes de compression en amplitude pour une source d'expansion située dans le volume du milieu opaque en : (a) $z_S = 0 \times \lambda_L^2$ , (b) $z_S = 0.09 \times \lambda_L^2$ , et (c) $z_S = 0.21 \times \lambda_L^2$ . Les diagrammes en bas correspondent au champ acoustique émis dans le milieu opaque et ils sont normalisés, et en haut correspondent au champ acoustique émis dans le milieu transparent et ils sont normalisés par la courbe respective en bas. . . . .	89
3.15	Champ acoustique en amplitude rayonné dans le diamant par une source acoustique générée suite à une <b>forte</b> absorption optique (quadripôle) dans le milieu opaque. En haut (a) sont illustrés les diagrammes de directivité en amplitude des ondes de polarisation longitudinale et en bas (b) les ondes de cisaillement. Sur la colonne de gauche sont reportés les résultats de Nikitin <sup>70</sup> tandis que sur la colonne de droite sont tracés les résultats obtenus par notre modèle. . . . .	90
3.16	Coefficients de transmission de diamant vers fer : (a) sans conversion de mode $T_{TT}^{12}$ , (b) avec conversion de mode $T_{TL}^{12}$ . . . . .	91
3.17	Courbes de lenteur associées à l'interface verre/diamant. Ici le milieu d'incidence est le verre, et l'onde incidente est de polarisation longitudinale. . . . .	92
3.18	Diagrammes de directivité d'une source distribuée dans le volume de verre pour différents ratio $k_L/\beta$ : (a) 0, (b) 0.5, (c) 1, (d) 3, (e) 5, (f) 10. Sur le demi-cercle en bas, les courbes en bleu correspondent à la génération dans le demi-espace de verre chargé par un demi-espace de diamant et les courbes en rouge à la génération dans un demi-espace de verre de surface libre. Sur le demi-cercle en haut, les diagrammes de directivité associés au champ acoustique émis dans le demi-espace de diamant sont présentés. . . . .	94
3.19	Comparaison de l'efficacité de génération sur un demi-espace de verre, un demi-espace de verre chargé par un milieu de plus grande impédance acoustique (diamant), et un demi-espace de verre chargé par un milieu de plus petite impédance acoustique (résine) . . . . .	95
4.1	Présentation de la géométrie considérée dans ce chapitre. Le demi-espace défini par $z > 0$ représente le milieu opaque, et la couche occupe l'espace $z \in [-d, 0]$ . . . . .	100
4.2	Description du problème physique et réciproque d'une source se situant au point $O$ à l'interface milieu 1/milieu 2, rayonnant des ondes (a) longitudinales et (b) transversales. . . . .	102
4.3	Problème réciproque associé au problème physique d'une source acoustique située à l'interface et rayonnant vers un point $P$ du milieu 2. . . . .	105



4.4	Comparaison entre le modèle de Jilek et Cervený <sup>59</sup> (gauche) et notre modèle (droite), des diagrammes de radiation des ondes de cisaillement pour une source de dilatation située à l'interface entre un film d'épaisseur $d = 3$ m et un demi-espace. Les diagrammes sont calculés pour des fréquences entre 5 Hz et 40 Hz avec un pas de 5 Hz. Pour ces fréquences de génération les rapports entre l'épaisseur du film $d$ et la longueur d'onde acoustique générée $\lambda_T^f$ dans le film sont : $r = (1) 0.1, (2) 0.2, (3) 0.3, (4) 0.4, (5) 0.5, (6) 0.6, (7) 0.7, (8) 0.8$ . . . . .	107
4.5	Diagrammes de directivité des ondes de polarisation longitudinale d'une source située à l'interface de la couche/demi-espace pour différentes épaisseurs de la couche $d = (i) 0 \mu\text{m}, (ii) 2.5 \mu\text{m}, (iii) 5 \mu\text{m}, (iv) 7.5 \mu\text{m}, (v) 10 \mu\text{m}$ . Les rapports $r = d/\lambda_L^c$ sont : (i) 0, (ii) 0.008, (iii) 0.018, (iv) 0.026, et (v) 0.035 respectivement, pour $\lambda_L^c = 1.8$ mm dans une couche de diamant.	108
4.6	Diagrammes de directivité pour les ondes de compression d'une source située à l'interface de la couche/demi-espace pour différents rapports $r$ de l'épaisseur de la couche $d$ sur la longueur d'onde acoustique dans la couche $\lambda_L^c$ . $r = (i) 0.05, (ii) 0.11, (iii) 0.12, (iv) 0.16$ . . . . .	108
4.7	Diagrammes de directivité pour les ondes de compression d'une source située à l'interface de la couche/demi-espace pour différents rapports $r$ de l'épaisseur de la couche $d$ sur la longueur d'onde acoustique dans la couche $\lambda_L^c$ . $r = (v) 0.4, (vi) 0.5, (vii) 0.6, (viii) 1, (ix) 3$ . . . . .	109
4.8	Amplitude relative $A/A_{inf}$ en fonction du rapport entre l'épaisseur de la couche et la longueur d'onde acoustique $d/\lambda_L^c$ pour différents rapports d'impédance acoustique $r_Z = 10^2, 10, 1, 10^{-1}, 10^{-2}$ , entre la couche et le substrat. . . . .	111
4.9	Problème réciproque associé au problème physique d'une source acoustique située dans la couche et rayonnant vers un point $P$ du substrat. . . . .	113
4.10	Diagrammes de directivité pour le cas où le modèle bicouche est dégradé à un modèle monocouche. Le substrat et la couche possèdent les propriétés élastiques (a) du CFRP, (b) de la résine. Les figures de gauche correspondent aux ondes longitudinales et les figures de droite aux ondes transversales. Pour la génération dans la résine, nous utilisons trois différentes longueurs de pénétration optique, pour les ondes de compression : $\xi = 1, 20$ et $200 \mu\text{m}$ , et pour les ondes de cisaillement : $\xi = 5, 50$ et $300 \mu\text{m}$ , afin d'identifier l'effet de cette variation à la génération acoustique. . . . .	116
4.11	Utilisation du modèle introduit dans le paragraphe §(4.3.3) dans le cas où la couche est très <b>faiblement</b> absorbante, $\beta_1 \approx 0$ , et le substrat absorbe <b>fortement</b> , $\beta_2 \approx 10^4 \text{ mm}^{-1}$ . En utilisant les paramètres du diamant pour la couche et du fer pour le substrat, et en choisissant une épaisseur de la couche $d \gg \lambda_L^c$ , la comparaison avec la figure [3.12] du troisième chapitre montre la pertinence du modèle. . . . .	118

4.12	Génération opto-acoustique dans une structure résine/CFRP pour différentes valeurs de pénétration optique $\xi_1$ de la couche de la résine. Les valeurs $\xi_1$ représentent des valeurs typiques des résines utilisées dans la fabrication des composites. L'épaisseur de la résine est 0.1 mm, et les longueurs de pénétration optique sont : $\xi_1 = 5, 50$ , et $100 \mu\text{m}$ . Sur la figure de gauche nous exposons les diagrammes de rayonnement normalisés en coordonnées polaires, et sur la figure de droite l'amplitude non normalisée, en coordonnées cartésiennes. . . . .	120
4.13	Amplitude en fonction du ratio $k_L^c/\beta_1$ pour trois directions de propagation $\theta = 0^\circ, 30^\circ$ et $60^\circ$ . . . . .	122
4.14	Comparaison de la génération acoustique avec un laser Nd:YAG (trait bleu plein) et un laser $\text{CO}_2$ (trait vert plein) dans une pièce composée d'une couche de résine et d'un substrat de CFRP. La figure de gauche expose les diagrammes de directivité normalisés et la figure de droite l'amplitude en fonction de l'angle de propagation. Les traits pointillés correspondent à la génération pour les deux lasers en considérant que la résine a une impédance acoustique supérieure à celle du CFRP. . . . .	123
A.1	Description de la géométrie considérée ici et représentation des ondes électromagnétiques se propageant suite à l'absorption optique du faisceau laser. . . . .	129

# Liste des tableaux

1.1	Propriétés élastiques, thermiques et optiques de la résine et du CFRP. <sup>32</sup> Les propriétés optiques correspondent à la génération par un laser de type CO <sub>2</sub> ( $\lambda_{opt} = 10.6 \mu\text{m}$ ). . . . .	11
2.1	Propriétés physiques de l'aluminium 2024-T351. . . . .	51
2.2	Propriétés physiques du verre neutre . . . . .	63
3.1	Propriétés physiques de diamant, fer, et aluminium. . . . .	86
3.2	Angles critiques pour l'interface Fer/Diamant et Aluminium/Diamant. . .	88

# Introduction générale

## Contrôle non destructif

Le contrôle non destructif a pour objectif de contrôler l'état des pièces industrielles, sans les dégrader, soit au cours de la production, soit en cours d'utilisation, soit dans le cadre de maintenances. Différentes méthodes sont utilisées aujourd'hui dans l'ensemble des secteurs industriels. Notamment nous pouvons citer les ultrasons (UT), les courants de Foucault (ET), la shearographie (ST), la thermographie (TT), et la tomographie ( $\mu$ CT). Cette thèse se positionne dans le cadre de la recherche menée au sein du Département Imagerie et Simulation pour le Contrôle (DISC). Dans ce département, la plateforme de simulation multi-expertise CIVA<sup>i</sup> est développée, comprenant trois grandes techniques de contrôles : ceux par ultrasons, les contrôles à l'aide de courants de Foucault et les contrôles réalisés à l'aide des rayons X. Pour ce qui concerne la simulation d'inspection par ultrasons, l'utilisateur a à sa disposition une grande variété de capteurs (conventionnels, multi-éléments ou EMAT<sup>i</sup>), composants et défauts. Dans le but d'enrichir ce module de simulation par ultrasons, cette thèse s'intéressa au développement des modèles de génération d'ultrasons par laser. Ces travaux de thèse ont été dirigés par Monsieur Bertrand Audoin, et s'intègrent aux recherches de l'équipe Ultrasons Lasers du département d'Acoustique Physique de l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de l'Université de Bordeaux.

Les techniques ultrasonores ont largement démontré leur intérêt pour l'inspection des pièces composites ou métalliques issues de diverses industries. Dans la plupart des cas, les capteurs conventionnels (piézoélectriques, EMAT) répondent suffisamment aux difficultés rencontrées lors de l'inspection. En même temps, le bas coût, la petite taille et le fonctionnement sans risque pour la santé des utilisateurs sont sans doute les plus grands avantages de ces capteurs. Cependant, les capteurs piézoélectriques nécessitent un contact avec la pièce à contrôler. La pièce est alors enduite de gel, ou est immergée dans une cuve remplie d'eau, car les ultrasons se propagent mal dans l'air. Ainsi, des matériaux poreux risquent d'être endommagés par cette technique. Les capteurs de type EMAT sont quant à eux sans contact mais nécessitent une distance très courte<sup>ii</sup> entre la sonde et la surface de l'échantillon. Ces deux types de capteurs offrent une faible bande passante des ondes acoustiques générées. Ces limitations constituent un véritable défi pour certaines applications aéronautiques, compte-tenu de l'évolution des pièces composites utilisées aujourd'hui. Ces pièces sont de plus en plus complexes, avec des grandes

---

i. EMAT est l'acronyme pour ElectroMagneto-Acoustic Transducer.

ii. La distance doit être inférieure à trois millimètres.

courbures, et une grande surface à inspecter. Les pièces de fuselages en sont un parfait exemple. Face à ce constat, l'objectif des industriels utilisant des matériaux composites était de trouver une méthode offrant les mêmes résultats qu'un contrôle ultrasonore par les méthodes conventionnelles, permettant de détecter et de localiser les défauts sans qu'il soit nécessaire de plonger les échantillons dans des bassins remplis d'eau, et capable de s'adapter aux géométries complexes.

## Les ultrasons-laser (UL)

L'idée de la génération du son par l'utilisation de la lumière existait bien avant l'apparition des lasers. La toute première observation expérimentale de la production du son par illumination d'un solide est attribuée à Bell en 1881.<sup>2</sup> Dans la même période, Mercadier<sup>3</sup> ayant un échange scientifique avec Bell, s'intéressa à la même problématique. La technique appliquée à cette époque était basée sur l'illumination d'une membrane par la lumière du soleil, périodiquement occultée par un disque mis en rotation. La vitesse de rotation et le nombre d'ouvertures du disque détermine la fréquence du son généré, qui est dans la gamme des fréquences audibles. L'avènement des lasers au début des années 60, a motivé l'étude intensive du phénomène de la génération d'ondes acoustiques par un rayonnement électromagnétique. White<sup>4</sup> est généralement reconnu comme le premier à avoir généré des ultrasons par laser. Un peu plus tard, Ready<sup>5</sup> a constaté la vaporisation de la surface d'un matériau lorsque la densité du laser est supérieure au seuil d'ablation du matériau. Dans ce cas, l'effet de recul dû à l'éjection de matière est à l'origine des ondes acoustiques. Dans les années 70, les lasers de génération ont évolué considérablement. Désormais, il est possible de délivrer des impulsions sub-picosecondes et de générer des ultrasons de très hautes fréquences. En parallèle, le développement de sources laser continues et stables a permis l'utilisation d'interféromètres<sup>iii</sup> suffisamment sensibles et compatibles avec la détection des ultrasons générés par ces lasers.<sup>6,7,8</sup>

La technique des ultrasons-laser constitue une alternative de part ses mécanismes de génération et détection sans contact.<sup>iv</sup> Ainsi, l'inspection des grandes pièces composites de géométries complexes peut s'effectuer beaucoup plus rapidement que par les méthodes conventionnelles,<sup>9,10</sup> et nous pouvons envisager un contrôle automatisé en ligne.<sup>11</sup> Le principe de la génération des ondes ultrasonores par laser est basé sur l'effet thermoélastique : l'impulsion générée par un laser provoque un échauffement local à la surface de la pièce à contrôler. La dilatation transitoire et la relaxation qui en résulte donnent naissance à des ondes ultrasonores qui se propagent dans tout le matériau, se réfléchissent sur les éventuels défauts, et reviennent à la surface de la pièce où elles sont détectées par un second laser associé à l'interféromètre qui mesure dans la plupart des cas la vitesse de déformation de la surface par l'effet Doppler.

---

iii. Les interféromètres optiques typiquement utilisés pour les applications ultrasons-laser sont de type Fabry-Pérot, Mach-Zehnder, Michelson, et Fizeau.

iv. La distance entre le laser et la surface de l'échantillon peut atteindre quelques mètres.

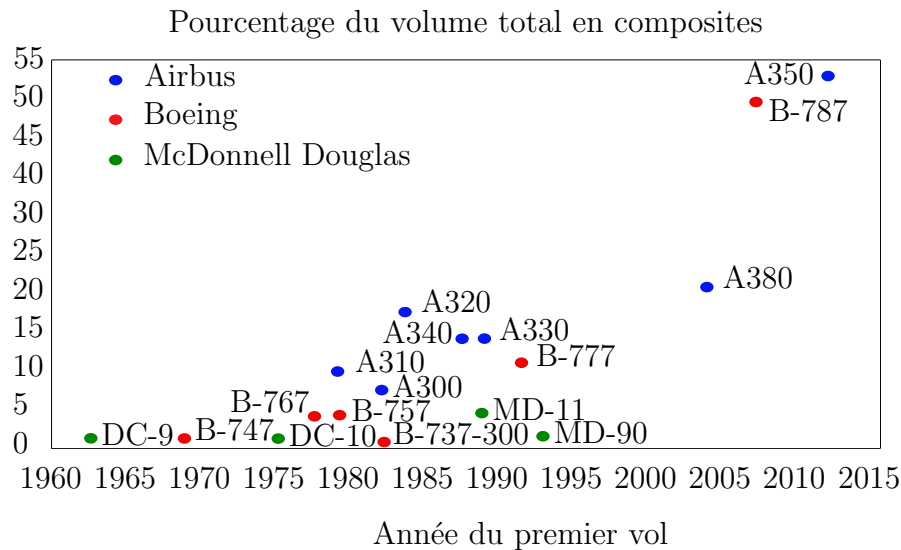


FIGURE 1 – Utilisation des matériaux composites en pourcentage du poids total dans les avions commerciaux au cours des années. Source : *GAO analysis of information from FAA, NASA, Boeing Company, Jane's All the World's Aircraft, and Jane's aircraft Up-grades.*

## Les matériaux composites et les ultrasons-laser dans l'industrie aérospatiale

L'industrie aérospatiale a beaucoup contribué au développement de la technologie ultrasons-laser, et en est aujourd'hui le principal utilisateur. Les matériaux utilisés pour réaliser la structure des avions doivent non seulement être légers, mais ils doivent être rigides, et résistants aux chocs. Aujourd'hui les matériaux composites offrent le rapport rigidité/poids le plus élevé parmi tous les matériaux disponibles. Leur coût élevé de fabrication peut être compensé par la réduction de la consommation de carburant et aussi par le gain sur la maintenance qui est moins coûteuse que celle des matériaux métalliques. Nous pouvons mentionner un exemple caractéristique qui est la pale d'hélicoptère. Les pales fabriquées en matériau composite sont remplacées après plusieurs mois d'utilisation, en opposition de celles en métal qui doivent être remplacées toutes les 2500 heures en raison de la corrosion.

Sur la figure [1] nous résumons l'utilisation des matériaux composites dans les structures des avions civils modernes en pourcentage du poids total. Jusqu'aux années 2000, la part des composites était de moins de 20% du poids total, et concernait surtout les bords d'attaque des ailes, des ailerons et des volets. Les nouvelles techniques de fabrication des composites ont permis une utilisation encore plus importante de ces matériaux. En 2011 le Boeing 787 Dreamliner était le premier avion avec un fuselage réalisé en grande partie en composites, et en 2013 le concurrent européen Airbus a inauguré l'avion A 350 qui possède un pourcentage de 55% du volume total en composites, le fuselage y compris.

Cette forte croissance de l'utilisation des matériaux composites a motivé les acteurs majeurs de l'industrie aéronautique à investir dans les années 90 sur la technologie d'ultra-

sons laser. Le système LUIS<sup>v</sup> développé par Ultraoptec et exploité par Dassault Aviation et EADS était le premier système ultrasons-laser industriel.<sup>12</sup> Comme tous les systèmes adaptés à l'inspection des matériaux composites, LUIS utilisait un laser de génération CO<sub>2</sub> et un laser de détection Nd:Yag. La longue durée d'impulsion du CO<sub>2</sub>, de l'ordre de 100 ns, et le spectre d'absorption de la résine superficielle empêchent l'endommagement de cette dernière et du premier pli des fibres.

A la même période, Lockheed Martin<sup>13</sup> a développé un prototype expérimental, le système Alpha LaserUT, développé par PaR Systems. Dans les années 2000 les systèmes Beta et Gamma LaserUT ont été intégrés dans la ligne de production de l'avion F-22. Aujourd'hui, ces systèmes couvrent les besoins d'inspection d'une grande variété d'avions, comme les séries F-2, F-16, F-22 et F-35, et plus de 28000 pièces en composites ont été inspectés.

Suite au succès du système LUIS, Airbus a investi dans le système LUCIE<sup>vi</sup>, qui est mieux adapté à l'inspection à grande échelle. Ce système est développé par TECNATOM et iPhoton et il est basé sur la technologie iPLUS<sup>TM</sup>, qui utilise des robots articulés afin de positionner la tête de balayage dans les zones d'intérêt pour l'inspection des pièces composites. Le laser de génération CO<sub>2</sub> délivre des impulsions de 70 ns avec un taux de répétition de 400 Hz et une énergie jusqu'à 350 mJ par impulsion.

Enfin, AIRBUS Defence and Space et Airbus Group ont développé un système adapté à trois configurations d'inspection, capables de répondre à diverses problématiques.<sup>14</sup> Il s'agit de la technique tecnaLUS, possédant une pompe laser immobile et un robot mobile sur lequel est attachée la pièce sous inspection. Ce système est bien adapté pour le contrôle de petites pièces. Le mouvement de positionnement de la pièce permet d'accéder à toute surface sans intervention manuelle, ayant comme résultat la réduction du temps d'inspection. La deuxième technique s'appelle tecnaPLUS, et elle est orientée sur l'inspection de grandes pièces, comme le fuselage d'avion. Le laser est intégré sur un robot mobile qui peut accéder à toute la surface de l'échantillon. Enfin, la méthode tecnaPLUS-twin combine les deux autres techniques. Deux robots sont utilisés pour le mouvement de la tête du laser et de la pièce. Ces trois systèmes utilisent un laser de génération CO<sub>2</sub> délivrant des impulsions d'une durée 100 ns, et d'énergie 180 mJ par impulsion. Un interféromètre à double cavités de type Fabry-Perot est intégré au système pour la détection. La bande passante du système s'étend de 0.5 MHz à 10 MHz.

## Problématique rencontrée dans les applications industrielles

Les techniques d'inspection des composants aéronautiques par laser ont beaucoup progressé ces dernières années grâce aux systèmes industriels mentionnés précédemment. La modélisation a également contribué à ces avancées. De plus, les modèles développés ont permis de comprendre le principe et les mécanismes de génération acoustique par laser. La génération ultrasonore dans des composants aéronautiques est classée en deux catégories

---

v. LUIS est l'acronyme pour Laser Ultrasonic Inspection System.

vi. LUCIE est l'acronyme pour Laser Ultrasound for Composite InspEction.

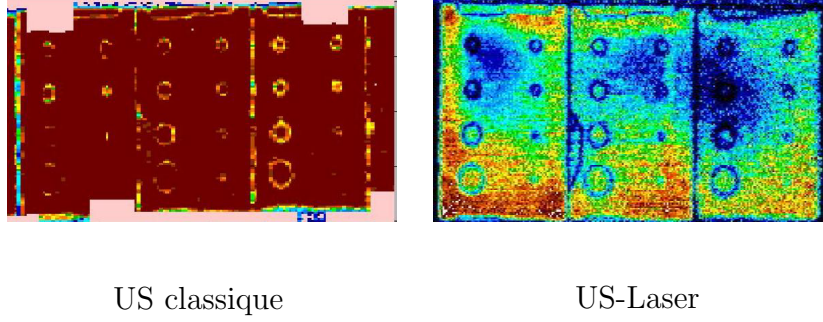


FIGURE 2 – Cartographies obtenues par une méthode d’ultrasons classique (cartographie de gauche) et par ultrasons-laser (cartographie de droite). Source : *Airbus Nantes*.

selon la longueur de pénétration du faisceau laser<sup>vii</sup> dans l’échantillon. Nous distinguons la situation d’une **forte absorption** optique et celle d’une **faible absorption**.

La première situation décrit la génération dans un matériau qui absorbe la radiation électromagnétique sur une courte distance en dessous de la surface. Il s’agit des matériaux appelés opaques, comme par exemple les pièces métalliques. Cette situation peut s’exprimer par la relation  $v_L \tau_p / \xi \gg 1$ , où  $v_L$  est la célérité de l’onde longitudinale,  $\tau_p$  est la durée d’impulsion, et  $\xi$  est la longueur de pénétration optique définie par  $\xi = 1/\beta$ , où  $\beta$  est appelé le coefficient d’absorption optique du matériau. Dans ce cas, la longueur d’onde acoustique longitudinale  $\lambda_L$  est dictée par la durée d’impulsion, i.e.  $\lambda_L = v_L \tau_p$ . Lorsque la densité d’énergie du laser est inférieure au seuil d’ablation du matériau, les contraintes mécaniques générées par l’action du laser sont équivalentes à un dipôle de forces localisé en surface : il s’agit du régime thermoélastique.<sup>15</sup> Dans le cas contraire, nous parlons d’un régime d’ablation, qui est associé à une vaporisation locale de la matière. Ce régime peut être modélisé par une force normale à la surface libre de la pièce.<sup>16</sup>

Pour le cas de génération dans des matériaux composites, l’absorption optique est qualifiée de **faible**, et le faisceau du laser pénètre dans le matériau sur une profondeur qui ne peut plus être négligeable :  $v_L \tau_p / \xi \ll 1$ . Ainsi, les ondes résultent de la superposition de fronts d’ondes générées dans le volume du matériau. La longueur d’onde acoustique  $\lambda_L$  dans ce cas est égale à la longueur de pénétration optique  $\xi$  du faisceau laser.<sup>17</sup>

Les modèles de génération acoustique par laser permettent l’optimisation des paramètres de l’inspection comme la taille de faisceau, le nombre de points d’inspection, et la trajectoire du laser.<sup>18</sup> Les paramètres influents lors d’un contrôle, comme l’épaisseur de résine, la durée d’impulsion, l’angle d’incidence, et la puissance du laser ont également été examinés.<sup>19,20</sup>

Aujourd’hui, au regard des résultats obtenus par les expériences de génération d’ultrasons par laser dans des composites des questions restent en suspend. Un exemple parlant est présenté sur la figure [2]. Les déplacements mesurés dans une plaque saine de matériaux composite sont présentés : la cartographie (C-scan) de gauche est obtenue par une méthode d’inspection ultrasonore conventionnelle, tandis que celle de droite par un système ultrasons-laser. Les inhomogénéités en amplitude obtenues par le système

vii. Dans la suite du manuscrit, cette quantité est nommée la longueur de pénétration optique.



ultrasons-laser ne sont pas cohérentes avec l'état de la pièce. Une explication éventuelle pourrait se trouver dans les variations de la couche de la résine superficielle située en surface de la pièce composite et pourrait modifier l'amplitude des ondes générées <sup>viii</sup>. Afin d'examiner cette hypothèse, nous jugeons judicieux de développer un modèle de génération acoustique par laser dans une géométrie bicouche, capable de prendre en compte l'épaisseur de la couche superficielle de résine. Ce type de modélisation permet aussi de considérer l'application des revêtements sur un composant aéronautique, métallique ou composite. Il s'agit d'une situation assez répandue, car les constructeurs appliquent parfois des revêtements sur la surface du composant pour diverses raisons, comme la protection thermique, la peinture, ou le blindage électromagnétique.

## Approche de modélisation proposée

Depuis les premières expériences d'ultrasons-laser, plusieurs modèles capables de prédire la génération acoustique ont été développés. Chaque type de modélisation est adapté à différentes configurations. Les modèles purement numériques sont utilisés pour le cas de la génération acoustique par laser dans des pièces d'une forme pas nécessairement canonique. Les modèles analytiques et semi-analytiques s'avèrent utiles pour analyser les mécanismes de génération et les phénomènes physiques qui se produisent, mais ils sont limités dans des géométries canoniques. Les composants aéronautiques métalliques et composites sont le centre d'intérêt de cette thèse. La problématique discutée auparavant a mis en évidence que les composants aéronautiques peuvent souvent être assimilés à des structures bicouches. Notre stratégie est donc : d'une part de développer des modèles permettant d'analyser la génération acoustique par laser dans ces géométries et d'interpréter les résultats obtenus par les expériences ; et d'autre part d'intégrer ces modèles dans la plateforme CIVA qui est basée sur la théorie de rayon. La structure du manuscrit suit cette logique.

Dans le premier chapitre (1) nous développons un modèle unidimensionnel de génération acoustique par l'absorption d'une radiation électromagnétique dans une géométrie bicouche. Le modèle 1D est pertinent car dans les application industrielles, <sup>21</sup> le grand diamètre du spot laser, par rapport aux longueurs d'onde des ondes de volume excitées, qui est focalisé sur la surface de la pièce permet de considérer une propagation d'ondes acoustiques essentiellement dans la direction normale. Le but ici est d'étudier les paramètres influents sur les ondes générées. Le modèle est basé sur la résolution de l'équation d'onde avec sollicitation thermique, qui se traduit par l'insertion d'un terme source dans l'équation. Les deux milieux sont considérés isotropes, mais la généralisation à la propagation dans la direction principale d'un milieu anisotrope est valable. Ainsi, nous examinons la problématique de la génération par laser dans un bicouche en considérant la première couche comme étant la couche superficielle de résine, et la deuxième couche le polymère à renfort fibre de carbone (CFRP <sup>ix</sup>). Les paramètres de génération tels que la longueur de pénétration optique dans les deux couches et leur épaisseur sont pris en compte.

---

viii. La variation de l'épaisseur de la résine superficielle est évaluée typiquement entre 20  $\mu\text{m}$  et 150  $\mu\text{m}$ .

ix. Carbon Fiber Reinforced Polymere.

Dans un deuxième temps, nous proposons une méthode alternative pour la résolution du problème de génération et de propagation d’ultrasons par laser. Au lieu d’utiliser un terme source dans l’équation d’onde, nous calculons semi-analytiquement la réponse acoustique 1D d’une plaque isotrope d’épaisseur finie en présence d’une source acoustique ponctuelle dans le volume. En d’autres termes, la fonction de Green associée à l’équation de Helmholtz unidimensionnelle en géométrie plane a été recherchée. La connaissance de la réponse acoustique de la plaque à une source ponctuelle, permet d’obtenir la réponse globale associée à la distribution d’une source volumique par la convolution de la fonction de Green unidimensionnelle avec le profil de la source acoustique. L’avantage principal de cette méthode est que le profil de la source considérée peut être quelconque et non pas seulement de forme exponentiellement décroissante.

Dans la suite, nous avons souhaité modéliser la génération acoustique par laser dans une configuration bidimensionnelle, afin de prendre en compte plusieurs phénomènes physiques dont la génération d’ondes de polarisation transversale. Nous nous sommes focalisés alors sur le calcul des diagrammes de directivité en amplitude associés à des sources acoustiques résultant de l’absorption optique d’une onde électromagnétique dans différentes géométries bidimensionnelles, dans le but de modéliser la génération acoustique dans une structure bicouche. Ces diagrammes nous renseignent sur l’amplitude des ondes longitudinales et transversales générées par une source acoustique donnée, en fonction de leur direction de propagation. Ces diagrammes de directivité peuvent être utilisés formellement comme terme source dans le cadre de la théorie des rayons. Un rayon acoustique émis dans une direction donnée sera pondéré par l’amplitude dans cette direction.

Ainsi, dans le deuxième chapitre (2), nous faisons un rappel du modèle présenté par Raetz,<sup>20</sup> qui constitue une base théorique à ce travail de thèse. Il s’agit d’un modèle de calcul de diagrammes de directivité d’une source acoustique dans un demi-espace isotrope et homogène qui est basé sur le théorème de réciprocité. L’analyse des diagrammes de rayonnement nous permettra de comprendre l’influence de la longueur de pénétration optique et des paramètres du demi-espace. Les régimes d’ablation et thermoélastique avec une absorption *forte* et *faible* sont examinés. Dans le troisième chapitre (3) nous étendons ce modèle au cas d’un demi-espace opaque ou semi-transparent chargé par un autre demi-espace transparent. Ainsi, l’effet du chargement de la surface par un demi-espace est étudié en fonction des propriétés physiques, telles que les célérités acoustiques et la masse volumique. Enfin, dans le quatrième et dernier chapitre (4) nous proposons un modèle de calcul des diagrammes de directivité dans un demi-espace isotrope chargé par une couche élastique transparente et semi-transparente. L’effet du chargement par une couche transparente sur la génération est d’abord évalué. L’efficacité de génération en fonction de l’épaisseur de la couche et du ratio de l’impédance acoustique entre les deux milieux est examinée. La longueur d’absorption optique dans la couche est ensuite considérée, et son effet sur les diagrammes de directivité et l’efficacité de génération est étudié.

# Chapitre 1

## Modélisation semi-analytique 1D de la génération d’ultrasons par laser dans un échantillon bicouche

### Introduction

L’intérêt croissant pour l’utilisation des matériaux composites dans les industries aéronautique, automobile, et navale impose d’assurer un niveau de sécurité et de fiabilité maximal. Dans ce contexte, plusieurs projets cherchent à développer des méthodes d’inspection et de caractérisation des composites, dans le but de certifier l’intégrité des structures. Leur structure fortement hétérogène et anisotrope nécessite de proposer des méthodes de contrôle ultrasonore adaptées à des niveaux de maturité suffisant pour définir un cadre de normalisation.

La technique des ultrasons-lasers constitue une méthode attrayante pour l’inspection de larges panneaux aéronautiques car elle est totalement sans contact. La compréhension et la maîtrise de cette technique a fait l’objet de plusieurs études depuis les deux dernières décennies du 20ème siècle. Corbel<sup>22</sup> a étudié la génération d’ultrasons par laser sur deux types de composites fabriqués avec des fibres imprégnés dans une résine-époxy : un composite stratifié, formé par la superposition des plis unidirectionnels, et un composite où chacun des plis possède une orientation décalée par 45°. Corbel a conclu que tous les types d’ondes peuvent être générés dans un milieu composite stratifié en utilisant un laser impulsionnel. La propagation d’ondes élastiques est gouvernée par l’anisotropie associée à l’orientation des différents plis.

L’expérience accumulée a permis d’identifier les paramètres essentiels de la génération acoustique par laser. La résine-époxy étant semi-transparente devant la longueur optique du laser, le faisceau laser pénètre sur une centaine de micromètres. Dans ce cas, l’absorption est caractérisée comme *faible*, i.e.  $v_L \tau_p / \xi \ll 1$ , et les longueurs d’onde sont dictées par la longueur de pénétration optique  $\xi$ . Ainsi, la source acoustique est distribuée dans le volume du milieu et cette caractéristique introduit un effet particulier : un déplacement de grande amplitude qui précède le temps d’arrivée de l’onde longitudinale mais d’une polarité inverse, apparaît sur le signal. Ce déplacement s’appelle un précurseur. Dans un

premier temps, ce phénomène a été observé aussi lors d’une génération dans les métaux, mais avec une amplitude moins importante, et était attribué à la diffusion thermique dans le milieu.<sup>17</sup> L’idée que la longueur de pénétration optique puisse aussi contribuer à l’apparition d’un précurseur existait depuis cette période, mais la faible pénétration optique<sup>i</sup> dans les métaux ne permettait pas de distinguer l’effet de la diffusion thermique de celui de la pénétration optique.<sup>23,24</sup>

Plusieurs auteurs se sont intéressés au phénomène du précurseur, car ce dernier contient des informations. Le précurseur ayant un large contenu fréquentiel peut être utilisé pour extraire les propriétés du matériau comme l’atténuation et les célérités acoustiques. De plus, l’amplitude du précurseur est directement liée à la distribution et l’amplitude des sources thermiques dans le volume du milieu. Telschow et Conant<sup>25</sup> ont été les premiers à donner une justification au phénomène du précurseur. Ils ont développé un modèle de génération et de propagation unidimensionnel prenant en compte la pénétration optique. Ils ont attribué l’introduction du précurseur à la présence d’une source enfouie. Une source est enfouie lorsqu’elle résulte de l’absorption optique dans les matériaux composites et céramiques, et également de la diffusion thermique dans les métaux. Plus tard, en utilisant un modèle similaire, Dubois a déduit une expression qui relie la largeur à mi-hauteur du précurseur au produit du coefficient d’absorption optique et de la vitesse d’une onde de polarisation longitudinale.<sup>26</sup>

Un autre paramètre important de la génération est l’épaisseur de la résine-époxy qui est située entre la surface et le premier pli des fibres du composite. Plusieurs études ont montré que la présence d’une couche superficielle posée sur la surface d’un échantillon modifie les caractéristiques des ondes générées dans celui-ci.<sup>6,27</sup> La couche de la résine-époxy joue le rôle d’une telle couche et ses propriétés sont alors déterminantes pour l’amplitude des ondes générées.<sup>28,19</sup>

Dans ce chapitre, nous souhaitons étudier les paramètres influant sur l’efficacité de la génération acoustique suite à l’absorption d’une onde électromagnétique. Un modèle unidimensionnel similaire au modèle de Schleichert *et al*<sup>29</sup> est utilisé. Nous résolvons les équations de Maxwell afin de calculer la densité d’énergie déposée dans le volume du matériau par le faisceau laser, puis le champ d’élévation de température est calculé et son gradient est utilisé comme terme source dans l’équation d’onde. Nous supposons la diffusion thermique négligeable devant l’effet de la pénétration optique. Nous considérons une géométrie composée d’une couche de résine-époxy déposée sur un substrat de CFRP afin d’étudier l’influence de l’épaisseur de la couche de résine-époxy sur l’efficacité de la génération ultrasonore par laser.

Dans un deuxième temps, nous proposons une méthode alternative de calcul du champ des déplacements. L’utilisation d’un terme source représentant les contraintes thermoélastiques induites par la dilatation du volume est limitée aux fonctions pour lesquelles la solution de l’équation d’onde peut être écrite sous une forme explicite. Une approche basée sur la convolution de la fonction de Green du problème par une fonction de forme quelconque représentant la distribution des sources de chaleur est explicitée.

La géométrie et les hypothèses du problème sont détaillées dans la première section 1.1. Puis, les équations décrivant les mécanismes de la génération acoustique par laser

---

i. La pénétration optique dans les matériaux métalliques est de l’ordre de quelques nanomètres.

sont données et leur résolution est discutée dans la section 1.2. Ensuite, la solution des équations de l'élastodynamique avec le terme source précédemment calculé est obtenue par convolution de la fonction de Green (section 1.3). Finalement, dans la section 1.4, nous étudions les paramètres les plus influents sur l'efficacité de la génération acoustique par laser.

## 1.1 Les ultrasons-laser, un régime thermoélastique

Cette section est dédiée à la présentation du modèle utilisé dans ce premier chapitre. D'abord, nous justifions l'intérêt d'un tel modèle au regard des applications industrielles potentielles §(1.1.1). Ensuite, dans le paragraphe §(1.1.2) nous présentons les hypothèses et la géométrie du modèle.

### 1.1.1 Modèle de génération unidimensionnel : un modèle bien adapté aux applications industrielles

Une source acoustique résultant de l'absorption optique d'une onde électromagnétique est capable de générer tous les types d'ondes élastiques qui peuvent ensuite se propager avec une répartition d'énergie différente dans l'espace.<sup>30</sup> Cependant, certains paramètres de la génération déterminent les directions de propagation. Pour ce qui concerne les matériaux composites, la pénétration optique dans la couche de la résine-époxy se traduit par l'apparition de sources enfouies dans le volume. La matière au-dessus de ces sources introduit un effet contraignant (ou effet piston) qui favorise la propagation dans la direction normale à la surface.<sup>23</sup>

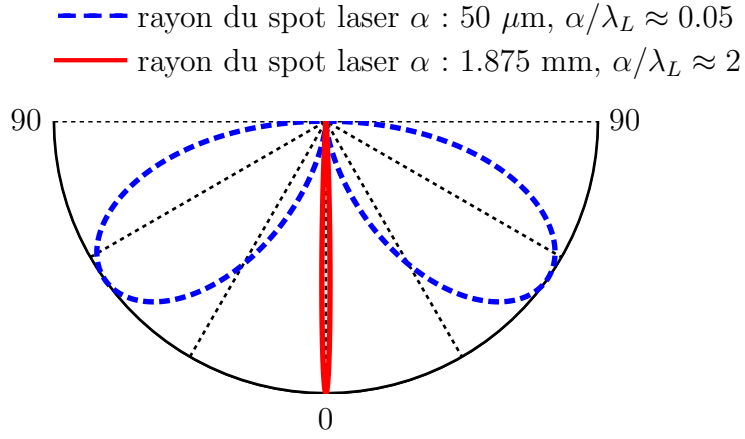
Un autre paramètre qui favorise la propagation dans cette direction est la taille du spot laser. Typiquement, dans le contexte des applications industrielles, les lasers utilisés possèdent un spot laser de rayon  $\alpha$  beaucoup plus important que la longueur d'onde acoustique générée  $\lambda_L$ . Cela entraîne une émission unidirectionnelle. Pour illustration, nous exposons sur la figure [1.1] les diagrammes de rayonnement dans une pièce de CFRP d'une source pour le spot laser du système LUIS<sup>ii</sup>,  $\alpha = 1.875$  mm (traits pleins), et pour un spot laser équivalent à une source ponctuelle, i.e.  $\alpha \ll \lambda_L$  (traits pointillés). Le modèle utilisé pour le calcul des diagrammes de directivité est détaillé dans le deuxième chapitre. Le profil spatial gaussien de la source que nous utilisons pour notre calcul est aussi inspiré par les paramètres du système LUIS.<sup>31</sup> Nous rappelons la forme du profil spatial :

$$g(z) = \frac{2}{\pi\alpha^2} e^{-2\frac{z^2}{\alpha^2}}. \quad (1.1)$$

Lorsque le rapport du spot laser sur la longueur d'onde acoustique est petit, i.e.  $\alpha/\lambda_L \ll 1$ , la source acoustique est à spectre large, avec cependant des directions de propagation privilégiées, et dans le cas opposé, i.e.  $\alpha/\lambda_L \gg 1$ , la propagation est unidirectionnelle.

---

ii. LUIS est l'acronyme pour Laser Ultrasonic Inspection System. Il s'agit d'un des premiers systèmes US-Laser industriels. Ce système est développé par EADS Innovation Works en collaboration avec Dassault Aviation.



Ondes de compression

FIGURE 1.1 – Diagrammes de directivité pour différentes largeurs de la source acoustique. Nous exposons les directions de propagation des ondes de compression. La courbe bleue (traits pointillés) correspond à la génération par un laser dont le rayon du spot sur la pièce est  $50 \mu\text{m}$ , et la courbe rouge (traits pleins) correspond à un rayon du spot de  $1.875 \text{ mm}$ . Dans le deuxième cas les ondes de compression deviennent très directives et se propagent dans la direction normale à la surface. Pour la simulation les paramètres d’une pièce de CFRP ont été utilisés [table 1.1].

TABLE 1.1 – Propriétés élastiques, thermiques et optiques de la résine et du CFRP.<sup>32</sup> Les propriétés optiques correspondent à la génération par un laser de type  $\text{CO}_2$  ( $\lambda_{opt} = 10.6 \mu\text{m}$ ).

	$\rho$ ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	$v_L$ ( $\text{mm}/\mu\text{s}$ )	$\alpha$ ( $\text{K}^{-1}$ )	$C_p$ ( $\text{J}.\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	Indice de refraction	$\beta$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	$R$ (air/milieu)
Résine	1.26	2.87	$50e-6$	$1.8e+3$	$1.8+0.04j$	50	0.008
CFRP	1.65	3.25	$10e-6$	$0.5e+3$	$7+7.5j$	9400	0.67

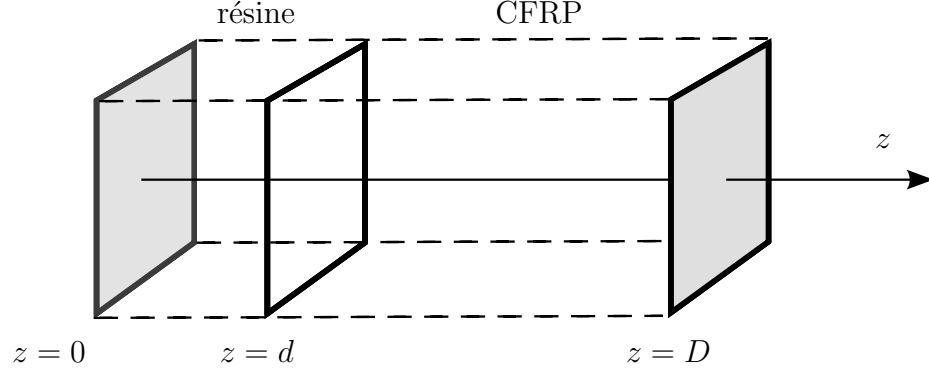


FIGURE 1.2 – Présentation de la géométrie 1D considérée dans ce chapitre : un bicouche composé de résine et de CFRP. La couche de résine occupe l'intervalle  $z \in [0, d]$ , et le CFRP l'intervalle  $z \in [d, D]$ .

L'étude alors de la génération et de la propagation acoustique dans une seule dimension spatiale est justifiée dès lors que la source est suffisamment large. De plus, plusieurs études ont montré un bon accord entre les résultats extraits par un modèle unidimensionnel et les signaux mesurés par des expériences.<sup>26</sup> Ce type d'émission acoustique est de préférence utilisé pour la recherche de défauts volumiques et la caractérisation des matériaux, car la directivité du champ acoustique est contrôlée.

### 1.1.2 Présentation de la géométrie et des hypothèses du modèle

La génération acoustique par laser dans une géométrie bicouche est présentée dans ce chapitre. La géométrie considérée est exposée sur la figure [1.2]. Une couche de résine-époxy, notée 1, se situe à la surface d'une couche de CFRP, notée 2. Leurs masses volumiques sont respectivement  $\rho_1$  et  $\rho_2$ . La première couche est placée en  $z \in [0, d]$  et la couche de CFRP en  $z \in [d, D]$ . L'interface en  $z = 0$  sur laquelle est focalisé le faisceau laser est appelée surface ou bien face avant.

Une partie du faisceau incident en  $z = 0$  est absorbée dans la couche de résine-époxy et le substrat du CFRP. L'absorption optique dans les deux milieux est caractérisée par les coefficients d'absorption  $\beta_1 = 1/\xi_1$  et  $\beta_2 = 1/\xi_2$ , où  $\xi_1$  et  $\xi_2$  sont les longueurs de pénétration optique du faisceau laser dans les deux couches respectives. La portion du faisceau laser incident qui est absorbée par l'échantillon subit une atténuation exponentiellement décroissante (loi de Beer-Lambert) en fonction de la profondeur  $z$ . L'absorption du rayonnement de la source laser entraîne une élévation de température  $T$  dans la région illuminée suite à la conversion de l'énergie électromagnétique en chaleur. L'hypothèse d'un processus adiabatique, i.e. les déplacements élastiques ne produisent pas de chaleur et les pertes de chaleur par convection et radiation sont négligeables dans la suite du chapitre. Le flux de chaleur à travers la surface et la face arrière est supposé nul. La dilatation thermique due à l'élévation de température engendre des contraintes thermoélastiques à l'origine des ondes élastiques.



Ce modèle unidimensionnel permet de considérer uniquement les ondes de compression, dont la polarisation est la même que la direction de propagation  $z$ . Ces ondes se propagent dans le premier milieu avec une célérité  $v_L^1$ , et dans la couche de CFRP avec une célérité  $v_L^2$ . Les méthodes de détection optique (telles que l'interférométrie) sont sensibles aux déplacements de la surface ou de la face arrière. Nous calculons donc dans notre modèle les déplacements en  $z = 0$  (mode de réflexion), ou en  $z = D$  (mode de transmission).

Afin de se placer dans un régime non destructif, nous étudions la génération de type thermoélastique. Dans ce régime, la puissance du laser est inférieure au seuil d'ablation du matériau. Ainsi, après l'échauffement il n'y pas de dégradation permanente des propriétés élastiques de l'échantillon qui retrouve son état initial.

## 1.2 Les équations décrivant les mécanismes de la génération ultrasonore par laser

Les équations qui modélisent les mécanismes intervenant lors du processus de génération sont présentées dans cette section, ainsi que la méthodologie pour leur résolution. Globalement, le processus de résolution peut être divisé en trois phases : le calcul de la densité de puissance déposée par le laser dans les deux milieux §(1.2.1), l'évaluation du champ de l'élévation de température dans les deux milieux §(1.2.2), et enfin la résolution de l'équation d'onde à l'aide des conditions aux limites §(1.2.3).

### 1.2.1 Calcul de la densité de puissance $Q_1$ et $Q_2$ déposée dans les deux milieux

Le calcul des densités volumiques de puissance  $Q_1$  et  $Q_2$  absorbées respectivement dans le premier et le deuxième milieu est basé sur la résolution des équations de Maxwell qui décrivent la propagation des ondes électromagnétiques dans la couche de résine et le substrat de CFRP. Dans l'annexe (A) le calcul des termes  $Q_1$  et  $Q_2$  en prenant en compte des réflexions optiques au niveau de la surface air/résine-époxy et de l'interface résine-époxy/CFRP [Fig. A.1] est exposé. Dans ce cas, une onde électromagnétique stationnaire dans la couche de résine-époxy peut apparaître. Néanmoins, par la suite, nous négligeons les réflexions optiques, car ces dernières donnent des effets de très haute fréquence auxquels les expériences industrielles ne sont pas sensibles.<sup>18</sup> Pour une source de géométrie linéique, les expressions des densités volumiques de puissance sont données par :

$$Q_1 = \beta_1 I_0 (1 - R_{0 \rightarrow 1}) e^{-\beta_1 z} \delta(t) \delta(x), \text{ pour } z \in [0, d], \quad (1.2a)$$

$$Q_2 = \beta_2 I_1 (1 - R_{1 \rightarrow 2}) e^{-\beta_2 (z-d)} \delta(t) \delta(x), \text{ pour } z \in ]d, D], \quad (1.2b)$$

où  $\beta_1, \beta_2$  [ $\text{m}^{-1}$ ] sont les coefficients d'absorption optique,  $I_0$  est l'amplitude de l'énergie optique incidente par unité de longueur [ $\text{J} \cdot \text{m}^{-1}$ ],  $R_{0 \rightarrow 1}, R_{1 \rightarrow 2}$  sont respectivement les coefficients de réflexion optique du faisceau laser à l'interface vide/résine-époxy et à l'interface résine-époxy/CFRP. Le terme  $I_1$  est défini par  $I_1 = I_0 (1 - R_{0 \rightarrow 1}) e^{-\beta_1 d}$  et représente l'intensité incidente sur la deuxième interface.  $\delta(t)$  et  $\delta(x)$  sont respectivement la distribution



de Dirac temporelle et spatiale. Dans la suite du chapitre, la distribution spatiale  $\delta(x)$  est omise car le problème de génération et de propagation est considéré dans une seule dimension selon l'axe  $z$ . Les termes  $Q_1$  et  $Q_2$  désignent les sources de chaleur générées dans les volumes de la résine-époxy et du CFRP suite à l'absorption optique.

### 1.2.2 Évolution du champ de température

Les champs d'élévation de la température  $T_1$  et  $T_2$  dans les deux milieux se calculent à partir de l'équation de la chaleur en utilisant les termes sources  $Q_1$  et  $Q_2$  (éq. 1.2). Dans le cadre des ultrasons laser deux formulations de l'équation de la chaleur ont été proposées : l'équation de la chaleur de Fourier parabolique,

$$\rho_i C_p^i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \nabla \left( [\kappa_i] : \nabla T_i \right) + Q_i(z, t), \quad (1.3a)$$

et l'équation hyperbolique,

$$\rho_i C_p^i \left( \frac{\partial T_i}{\partial t} + \tau_d^i \frac{\partial^2 T_i(z, t)}{\partial t^2} \right) = \nabla \left( [\kappa_i] : \nabla T_i \right) + Q_i(z, t) + \tau_d^i \frac{\partial Q_i(z, t)}{\partial t}, \quad (1.3b)$$

où  $C_p^i$  est la chaleur spécifique,  $[\kappa_i]$  est le tenseur de la conductivité thermique, et  $\tau_d^i$  est le temps caractéristique de relaxation thermique, pour  $i = 1, 2$ . La différence entre ces deux formulations consiste à la présence du terme  $\tau_d^i$ . Généralement, l'équation classique de Fourier (1.3a) fournit des résultats satisfaisants aux temps longs. Par contre, lorsque la durée d'impulsion est très courte, la vitesse de propagation de l'onde thermique tend vers l'infini, ce qui n'est pas physiquement acceptable et n'est pas bien adapté pour certaines situations rencontrées en acoustique picoseconde, dans lesquelles les durées d'impulsion sont de l'ordre de la centaine de femtosecondes. Pour contourner ce problème l'équation généralisée hyperbolique a été proposée (1.3b), où les termes  $\tau_d^i \partial^2 T_i(z, t) / \partial t^2$  et  $\tau_d^i \partial Q_i(z, t) / \partial t$  proviennent de l'imposition d'une vitesse limite de l'onde thermique. Cependant, Dubois<sup>32,33</sup> en étudiant la génération dans les composites, a conclu que l'utilisation de l'équation hyperbolique n'était justifiée que pour des cas limites, tels que des fréquences très élevées, des échantillons très minces ou présentant une conductivité thermique très élevée. Ainsi, dans le cadre de nos applications l'équation de la chaleur de Fourier (1.3a) sera considérée.

Dans la suite, la conductivité thermique sera supposée négligeable, car la diffusion thermique [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] dans les matériaux composites a été évaluée à  $0.1 \mu\text{m}$  pendant une durée d'impulsion de 120 ns et pour un spot laser de rayon de 2 mm.<sup>34,35</sup> Avec ces considérations le champ d'élévation de température  $T_i$  est donné par :

$$T_1(z, t) = \frac{\beta_1 I_0 (1 - R_{0 \rightarrow 1}) e^{-\beta_1 z}}{\rho_1 C_p^1} \int_0^t f(t') dt', \quad \text{pour } z \in [0, d], \quad (1.4a)$$

$$T_2(z, t) = \frac{\beta_2 I_1 e^{-\beta_1 d} e^{-\beta_2 (z-d)}}{\rho_2 C_p^2} \int_0^t f(t') dt', \quad \text{pour } z \in ]d, D], \quad (1.4b)$$

où  $f$  désigne le profil temporel du laser. Pour une source impulsionnelle,  $f(t') = \delta(t')$ , le champ  $T_i(z, t)$  est indépendant du temps. Nous rappelons en effet que la fonction

de Heaviside est obtenue par l'intégration en fonction du temps de la fonction de Dirac, et vaut 1 pour tous  $t > 0$ . La distribution temporelle  $f$  de la source sera ensuite prise en compte par une convolution dans le domaine temporel, qui se traduit par une simple multiplication dans l'espace de Fourier. La forme spatiale de la distribution de la température est directement reliée à celle du terme  $Q_i$ , c'est-à-dire qu'elle est exponentiellement décroissante en fonction de  $z$ , selon la loi de Beer-Lambert [Fig. 1.3a]. Du point de vue de la modélisation, cette distribution peut être considérée comme une succession de sources de chaleur ponctuelles [Fig. 1.3b]. Chacune des sources génère des ondes acoustiques se propageant dans les directions autorisées : vers la surface, i.e.  $z \rightarrow 0$ , et vers la face arrière, i.e.  $z \rightarrow D$  [Fig. 1.3c]. L'amplitude de chaque onde générée est proportionnelle au profil d'absorption optique.

Pour simplifier la résolution du problème, une transformation de Fourier en temps sera effectuée. Nous définissons l'opérateur de la transformée de Fourier  $TF$  d'une fonction  $\mathcal{F}(z, t)$  par rapport au temps  $t$  par :

$$TF[\mathcal{F}(z, t)] = \hat{\mathcal{F}}(z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(z, t) e^{-j\omega t} dt, \quad (1.5)$$

où  $\hat{\mathcal{F}}(z, \omega)$  est la fonction dans l'espace dual des fréquences. Dans l'espace des fréquences, les équations (1.4) s'écrivent :

$$\hat{T}_1(z, \omega) = T_0^1 e^{-\beta_1 z} \hat{H}(\omega), \text{ pour } z \in [0, d], \quad (1.6a)$$

$$\hat{T}_2(z, \omega) = T_0^2 e^{-\beta_2(z-d)} \hat{H}(\omega), \text{ pour } z \in ]d, D], \quad (1.6b)$$

avec  $T_0^1 = \beta_1 I_0 (1 - R_{0 \rightarrow 1}) / \rho_1 C_p^1$  et  $T_0^2 = \beta_2 I_1 / \rho_2 C_p^2$ , et  $\hat{H}$  est la transformée de Fourier de la fonction de Heaviside traduisant le caractère stationnaire du champ de température en l'absence de diffusion thermique, et  $\omega$  est la pulsation.

### 1.2.3 Résolution de l'équation d'onde élastodynamique

Dans un premier temps nous exposons la résolution de l'équation d'onde pour une génération acoustique par irradiation laser dans une géométrie bicouche comme celle exposée sur la figure [1.2]. Nous nous plaçons dans le cadre de l'acoustique linéaire en milieu solide, dans lequel l'hypothèse des petites déformations est sous-jacente. Ainsi nous considérons une formulation linéarisée de l'équation d'onde. L'équation générale de la thermoélasticité permettant le calcul des déplacements  $\mathbf{u}$  provoqués par une contrainte résultant de la dilatation thermique suite à l'élévation de température  $T$  s'écrit, en utilisant la notation de Auld<sup>36</sup> :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot ([C] : \nabla_s \mathbf{u}) - [\chi] \nabla T, \quad (1.7)$$

où  $[C]$  est le tenseur d'élasticité du milieu,  $[\chi]$  est le tenseur de rigidité-dilatation défini par  $[\chi] = [C] : [\alpha]$ ,  $[\alpha]$  est le tenseur de dilatation thermique,  $\ll \nabla \cdot \gg$  est l'opérateur de divergence, et  $\nabla_s \mathbf{u}$  est le tenseur des déformations défini par  $\nabla_s \mathbf{u} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u})$ . Le symbole  $\ll : \gg$  désigne le double produit contracté tensoriel.

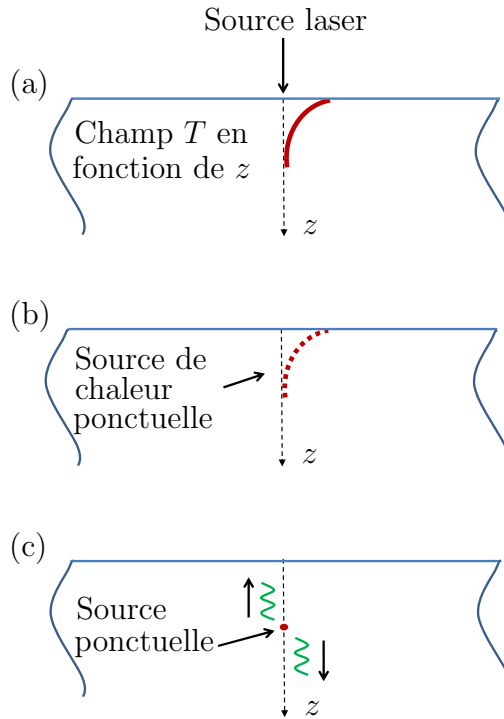


FIGURE 1.3 – Représentation (a) du champ d'élévation de température  $T$  en fonction de la profondeur  $z$ , (b) comme une collection des sources ponctuelles de chaleur. (c) Visualisation de la génération acoustique de chaque source ponctuelle. La diffusion thermique est négligée, alors le champ  $T$  est indépendant du temps pour  $t > 0$ .

Les équations de la chaleur et d'onde ne sont que partiellement couplées, car nous ne prenons pas en compte la conversion de l'énergie mécanique en énergie thermique due au passage des ondes dans les milieux de propagation. Pour des ondes de très haute fréquence, i.e.  $\approx 1$  GHz, les conditions adiabatiques peuvent s'avérer non valables. Pour les fréquences d'ondes élastiques utilisées ici, i.e.  $f < 10$  MHz, l'élévation de la température est négligeable devant celle induite par l'absorption optique.<sup>37,38</sup> Dans la suite, les deux équations sont donc résolues de façons indépendantes. L'équation d'onde (1.7) dans chaque milieu de propagation à une dimension spatiale s'écrit :

$$C_{11}^1 \frac{\partial^2 u_1(z, t)}{\partial z^2} - \rho_1 \frac{\partial^2 u_1(z, t)}{\partial t^2} = \chi_1 \frac{\partial T_1(z, t)}{\partial z}, \text{ pour } z \in [0, d], \quad (1.8a)$$

$$C_{11}^2 \frac{\partial^2 u_2(z, t)}{\partial z^2} - \rho_2 \frac{\partial^2 u_2(z, t)}{\partial t^2} = \chi_2 \frac{\partial T_2(z, t)}{\partial z}, \text{ pour } z \in ]d, D], \quad (1.8b)$$

où les indices (1, 2) désignent le milieu de propagation. Pour assurer l'unicité de la solution de ce système d'équations, il est nécessaire d'imposer des conditions aux limites du domaine de calcul. Les conditions utilisées dans la suite peuvent être résumées par :

(i) Condition de surface libre en  $z = 0$  :

$$\sigma_1|_{z=0} = 0, \quad (1.9a)$$

(ii) Condition de face arrière libre en  $z = D$  :

$$\sigma_2|_{z=D} = 0, \quad (1.9b)$$

(iii) Continuité des déplacements à l'interface en  $z = d$  :

$$u_1|_{z=d} = u_2|_{z=d}, \quad (1.9c)$$

(iv) Continuité des contraintes à l'interface en  $z = d$  :

$$\sigma_1|_{z=d} = \sigma_2|_{z=d}, \quad (1.9d)$$

où  $\sigma_i(z, t)$  est la contrainte totale générée au point d'abscisse  $z$  dans le milieu  $i$ , pour  $i = 1, 2$ . La contrainte à considérer est la somme des contraintes mécaniques et thermiques générées par l'action du laser :  $\sigma_i = \sigma_i^m + \sigma_i^T$ , avec :

$$\sigma_i^m = C_{11}^i \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial z}(z, \omega), \quad (1.10a)$$

$$\sigma_i^T = -\chi_i \nabla T_i(z, \omega). \quad (1.10b)$$

Les conditions (i) et (ii) traduisent la nature libre de la surface et de la face arrière du composite d'un point de vue mécanique. Les conditions (iii) et (iv) imposent que les déplacements et les contraintes au niveau de l'interface soient égaux pour les deux milieux, assurant ainsi la continuité de la solution.

Le problème est ensuite résolu dans l'espace des fréquences. Dans cet espace la solution peut être obtenue analytiquement car les dérivées secondes selon la variable temporelle deviennent une multiplication par le terme  $(\pm j\omega)^2$ . Après l'application de la transformée

de Fourier (  q. 1.5) aux équations (1.8), la propagation d'ondes peut être décrite par la formulation de l'équation de Helmholtz inhomogène qui conduit aux relations suivantes :

$$\frac{\partial^2 \hat{u}_1(z, \omega)}{\partial z^2} + k_{L_1}^2 \hat{u}_1(z, \omega) = \frac{\chi_1}{C_{11}^1} \frac{\partial \hat{T}_1(z, \omega)}{\partial z}, \text{ pour } z \in [0, d], \quad (1.11a)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{u}_2(z, \omega)}{\partial z^2} + k_{L_2}^2 \hat{u}_2(z, \omega) = \frac{\chi_2}{C_{11}^2} \frac{\partial \hat{T}_2(z, \omega)}{\partial z}, \text{ pour } z \in ]d, D], \quad (1.11b)$$

où  $k_{L_i} = \omega/v_L^i$  est le nombre d'onde associé à l'onde de polarisation longitudinale, et  $v_L^i = \sqrt{C_{11}^i/\rho_i}$  est la célérité acoustique de cette onde. Une fois que l'équation est résolue, une transformée de Fourier inverse permet de retourner dans le domaine temporel.

Cette approche semi-analytique permet d'évaluer les déplacements en tout point de la plaque bicouche considérée. Les points qui vont nous intéresser particulièrement se situent en  $z = 0$ , et sur la face arrière en  $z = D$ . Ces points sont habituellement utilisés pour mesurer les déplacements par interférométrie optique.<sup>7,6,39,40</sup>

Selon la théorie classique des équations différentielles partielles les fonctions  $\hat{u}_1$  et  $\hat{u}_2$  qui satisfont les équations du système (1.11) et les conditions aux limites (1.9) résultent de la somme d'une solution homogène  $\hat{u}_i^h$  et d'une solution particulière  $\hat{u}_i^p$  :

$$\hat{u}_i = \hat{u}_i^h + \hat{u}_i^p, \text{ pour } i = 1, 2. \quad (1.12)$$

Recherchons alors les solutions  $\hat{u}_i^h$  et  $\hat{u}_i^p$ .

### La solution particulière

Nous recherchons une fonction de type exponentiel satisfaisant les équations (1.11). Cette fonction est supposée avoir une dépendance spatiale identique à celle du terme source, proportionnel au gradient de la température :  $\hat{u}_i^p = C_i e^{-\beta_i z}$ , où  $C_i$  est une constante pour  $i = 1, 2$ . La constante  $C_i$  est évaluée une fois que la fonction  $\hat{u}_i^p$  est injectée dans l'équation (1.11). L'expression complète de la solution particulière dans les deux couches est donnée par :

$$\hat{u}_1^p(z, \omega) = -\frac{\chi_1 \beta_1 T_0^1}{C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)} e^{-\beta_1 z}, \text{ pour } z \in [0, d], \quad (1.13a)$$

$$\hat{u}_2^p(z, \omega) = -\frac{\chi_2 \beta_2 T_0^2}{C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)} e^{-\beta_2 z}, \text{ pour } z \in [d, D]. \quad (1.13b)$$

La solution particulière n'est pas propagative comme il devient clair par cette relation.

### La solution homogène

Les solutions homogènes  $\hat{u}_i^h$  sont obtenues par la résolution des équations (1.11) sans terme source :

$$\frac{\partial^2 \hat{u}_i^h(z, \omega)}{\partial z^2} + k_{L_i}^2 \hat{u}_i^h(z, \omega) = 0, \text{ pour } i = 1, 2. \quad (1.14)$$

En utilisant la convention  $\hat{u} = Ue^{j(\omega t - k_{L_i} z)}$  pour une onde plane progressive  $u$  d'amplitude  $U$ , les solutions pour les deux couches s'expriment comme une combinaison linéaire des solutions orthogonales de l'équation de Helmholtz homogène :

$$\hat{u}_1^h = A^+ e^{jk_{L_1} z} + A^- e^{-jk_{L_1} z}, \text{ pour } z \in [0, d], \quad (1.15a)$$

$$\hat{u}_2^h = B^+ e^{jk_{L_2} z} + B^- e^{-jk_{L_2} z}, \text{ pour } z \in ]d, D]. \quad (1.15b)$$

Les constantes  $A^+$ ,  $B^+$  et  $A^-$ ,  $B^-$  désignent l'amplitude des ondes se propageant dans chaque milieu respectivement vers le sens positif et négatif. Ces coefficients d'amplitude sont déterminés en résolvant le système linéaire de taille  $4 \times 4$  formé par les conditions aux limites (1.9). Dans l'annexe (B.2) le lecteur peut trouver une description détaillée du calcul.

### La solution totale

Une fois que les solutions homogènes  $\hat{u}_i^h$  et particulières  $\hat{u}_i^p$  ont été calculées, nous en déduisons les solutions totales dans les deux milieux de propagation :

$$\hat{u}_1(z, \omega) = A^+ e^{jk_1 z} + A^- e^{-jk_1 z} - \frac{\chi_1 \beta_1 T_0^1}{C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)} e^{-\beta_1 z}, \text{ pour } z \in [0, d], \quad (1.16a)$$

$$\hat{u}_2(z, \omega) = B^+ e^{jk_2 z} + B^- e^{-jk_2 z} - \frac{\chi_2 \beta_2 T_0^2}{C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)} e^{-\beta_2 z}, \text{ pour } z \in ]d, D]. \quad (1.16b)$$

### 1.2.4 Applications numériques

Le modèle présenté est utilisé afin de calculer les déplacements en différents points du bicouche résine/composite. Ainsi, nous pouvons analyser la génération et la propagation dans une telle géométrie, et en même temps constater la validité du modèle. Dans la suite, nous calculons les déplacements en deux points intéressants : en mode de réflexion, i.e.  $z = 0$  et en mode de transmission, i.e.  $z = D$ . La durée d'impulsion  $\tau_p$  dans cette simulation est de 50 ns. Le profil temporel  $f(t)$  de la source utilisé ici et dans la suite du chapitre est inspiré par les spécifications du système LUIS.<sup>35</sup> L'expression analytique du profil temporel est :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{\tau_p^2} e^{-\frac{t}{\tau_p}}, & \text{si } t \geq 0, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.17a)$$

Ce profil est normalisé de façon à satisfaire la condition :

$$\int_0^\infty f(t) dt = 1. \quad (1.17b)$$

Sur la figure [1.4] le profil temporel est tracé. L'abscisse est normalisée par la durée d'impulsion, et nous observons que le maximum est atteint pour  $t = \tau_p$  et il est égal à  $1/e$ . La mi-hauteur à  $1/(2e)$  est de largeur  $2.446\tau_p$ .

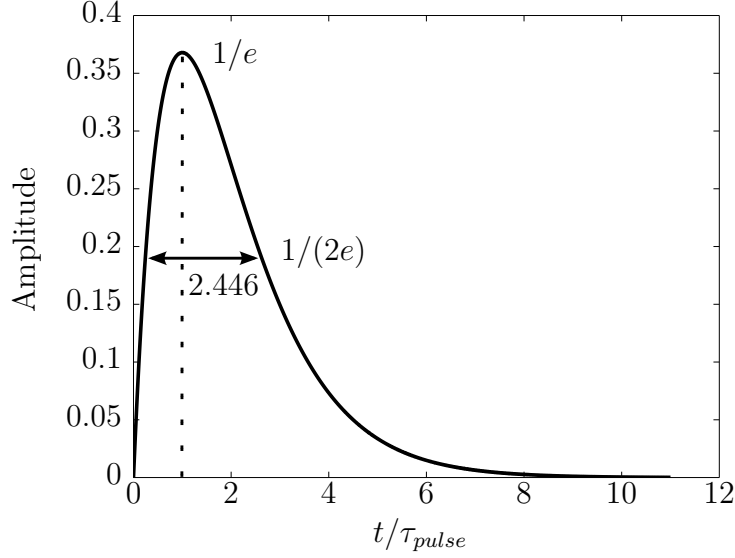


FIGURE 1.4 – Profil temporel de l'impulsion de laser.

L'épaisseur de la résine est  $d = 1$  mm, une valeur pas très réaliste mais nécessaire pour pouvoir distinguer des différentes arrivées d'ondes, et l'épaisseur du CFRP est 3 mm. Les propriétés des deux milieux sont portées dans le tableau [1.1]. Le coefficient de réflexion optique à l'interface résine/CFRP qui n'est pas précisé dans ce tableau, est égal à 0.6. Les indices de réfraction et les coefficients d'absorption optique dépendent aussi de la longueur d'onde optique du laser de génération. Ici, nous considérons un laser de type CO<sub>2</sub>, d'une longueur d'onde optique 10.6  $\mu\text{m}$ . Les célérités acoustiques dans la résine et le CFRP sont respectivement  $v_L^r = 2.87$  mm/ $\mu\text{s}$  et  $v_L^C = 3.25$  mm/ $\mu\text{s}$ . Ainsi, une onde longitudinale traverse la couche de résine en 0.35  $\mu\text{s}$ , et le substrat de CFRP en 0.92  $\mu\text{s}$ . Les déplacements calculés en fonction du temps sont illustrés sur la figure [1.5]. Les échos sont notés par « r » et « C » accompagnés par un numéro, désignant combien de fois l'onde longitudinale a traversé la résine et le CFRP.

Tout d'abord, sur la figure [1.5a] où les déplacements calculés en surface sont exposés, nous observons le déplacement de la surface depuis  $t = 0$ , qui est attribué à l'expansion thermique de la surface. Au contraire, en  $z = D$  les déplacements sont rigoureusement égaux à zéro avant la première arrivée d'onde. Les arrivées d'ondes coïncident bien avec les temps théoriques. La forme des échos calculée est dictée par la dépendance temporelle de la source comme cette dernière est exposée sur la figure [1.4].

Nous constatons aussi le changement de phase d'une onde réfléchie à l'interface résine/CFRP. La phase du coefficient de réflexion est égale à soit  $0^\circ$  soit  $\pi$ , car l'interface entre la résine et le CFRP est parfaite et les deux milieux sont supposés sans atténuation acoustique. Prenant comme exemple les échos « 1r1C », « 3r1C », et « 5r1C » de la figure [1.5c]. Les déplacements de l'écho « 1r1C » sont positifs. Puis, ceux associés à l'écho « 3r1C » deviennent négatifs suite à la réflexion en  $z = 0$ , et enfin les déplacements associés à « 5r1C » sont de nouveau positifs suite aux deux réflexions sur la même face.

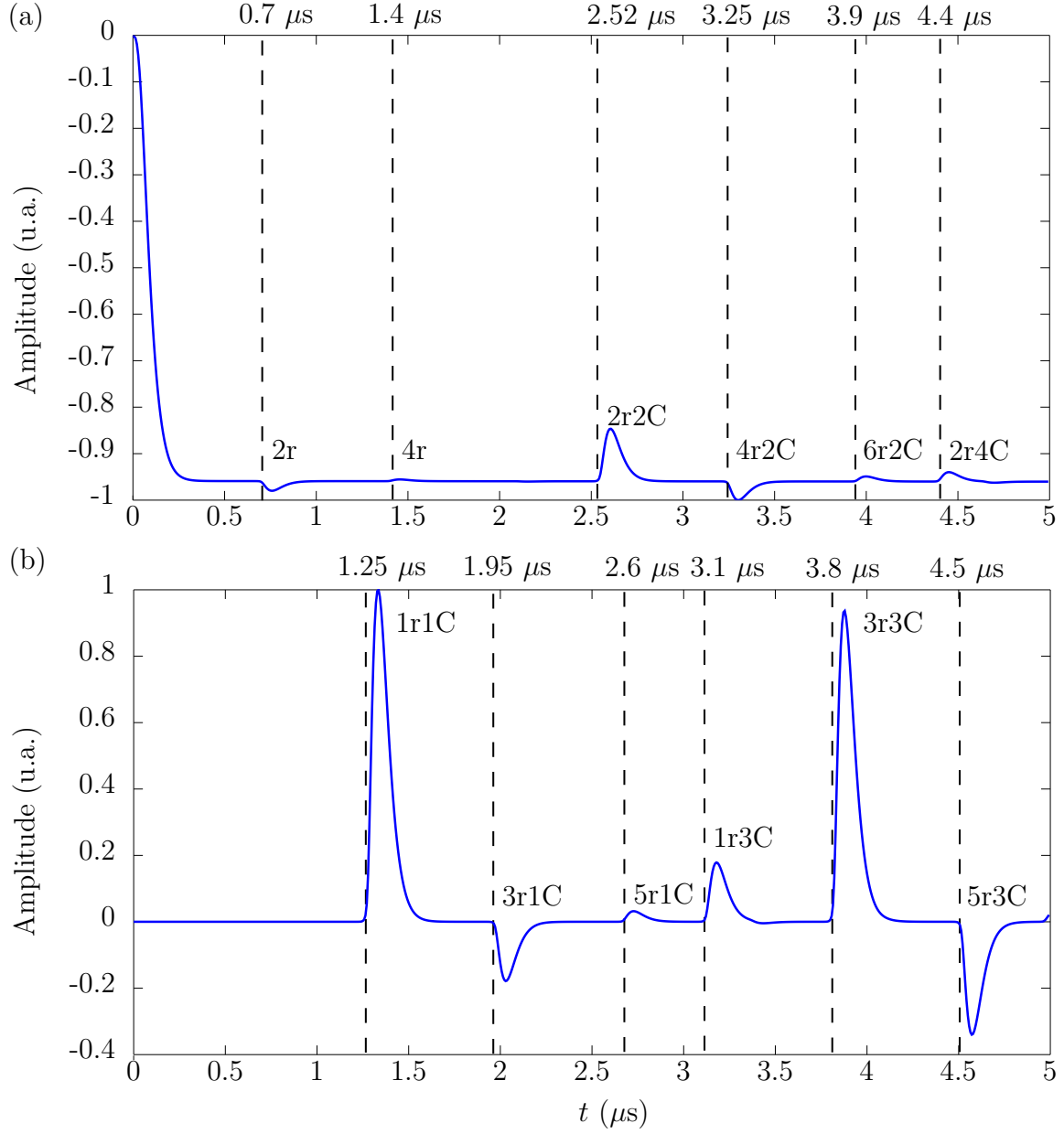


FIGURE 1.5 – Déplacements calculés dans un bicouche de résine/CFRP en (a)  $z = 0$ , (b)  $z = D$ .



### 1.3 Utilisation de la convolution de la fonction de Green $G$ par le profil d'absorption optique $p(z)$ pour calculer le champs des déplacements

La méthode semi-analytique présentée dans le paragraphe précédent pour la résolution de l'équation d'onde est une approche couramment utilisée dans la littérature. De plus, une méthode de résolution complètement analytique est également proposée par Gusev.<sup>41</sup> Cependant, dans ces approches l'utilisation d'un terme source est limitée aux fonctions pour lesquelles la solution de l'équation d'onde (1.7) a une forme explicite. Une autre méthode basée au calcul de la fonction de Green du système permet de connaître la réponse d'une source thermoélastique d'une forme spatiale quelconque. D'abord nous présentons cette méthode, ensuite l'équivalence entre cette méthode et celle exposée dans le paragraphe précédent est montrée analytiquement, et enfin une simulation sera effectuée pour illustration.

Afin de simplifier la présentation de la méthode nous allons tout d'abord considérer le cas de la génération dans un demi-espace. La géométrie considérée est représentée sur la figure [1.6a]. Un résultat équivalent sera ensuite obtenu pour le cas d'une plaque finie homogène, dont la géométrie est illustrée sur la figure [1.6b]. La méthode pour laquelle nous démontrons l'équivalence consiste à évaluer dans un premier temps la fonction de Green  $G$ , solution de l'équation différentielle du problème de propagation d'onde. L'opérateur différentiel linéaire associé à ce problème est défini par :

$$\mathcal{L} = (\nabla_z^2 + k_L^2), \quad (1.18)$$

où  $k_L$  est le nombre d'onde associé à l'onde longitudinale. L'opérateur  $\mathcal{L}$  est défini dans l'espace des fréquences. Ainsi, la fonction de Green  $\hat{G}$  recherchée doit satisfaire la relation suivante :

$$\mathcal{L}\hat{G}(z|z_0, \omega) = b\delta(z - z_0), \quad (1.19)$$

où  $b$  est une constante associée aux propriétés optiques, thermiques, et élastiques de la pièce, et  $\delta$  est la distribution de Dirac qui vaut 1 en  $z = z_0$  et zéro sinon. La solution  $\hat{G}$  de l'équation (1.19) traduit le déplacement calculé à une position  $z$  pour une source ponctuelle enfouie se situant en  $z = z_0$ , et sa première dérivée  $\partial\hat{G}/\partial z$  est associée aux déformations générées sur le même point. Cette source étant enfouie, par définition elle ne peut pas se situer sur la surface du demi-espace en  $z = 0$ . Le cas particulier d'une source ponctuelle située en surface sera traité ultérieurement par le moyen des conditions aux limites. L'intérêt d'évaluer la solution  $\hat{G}$  de l'équation (1.19) est que la solution  $\hat{u}(z)$  de l'équation :

$$\mathcal{L}\hat{u}(z) = bp(z), \quad (1.20)$$

où  $b = -\chi T_0/C_{11}$ , et  $p(z)$  est le profil de la distribution spatiale de la source défini par  $p(z) = \beta e^{-\beta z}$ , peut s'évaluer facilement sous la forme d'un produit de convolution :

$$\hat{u}(z, \omega) = (\hat{G} * p)(z) = \int_0^\infty \hat{G}(z - z_0, \omega) p(z_0) dz_0, \quad (1.21a)$$

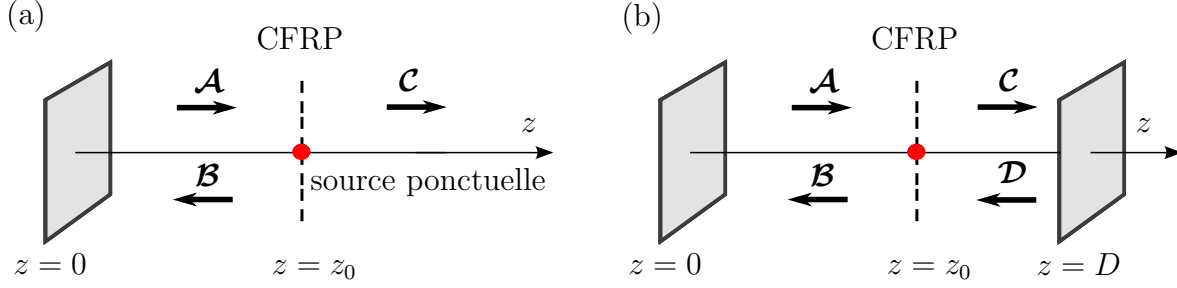


FIGURE 1.6 – Représentation de la génération acoustique par une source ponctuelle enfouie située au point  $z = z_0$  (a) d'un demi-espace, et (b) d'une plaque finie. Pour le premier cas, les ondes directement générées par la source sont les ondes  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$ , et l'onde résultant de la réflexion sur la surface en  $z = 0$  est notée  $\mathcal{A}$ . Dans le deuxième cas, nous considérons de plus l'onde  $\mathcal{D}$  issue de la réflexion sur la face arrière en  $z = D$  de la plaque.

pour le cas exposé sur la figure [1.6a], et

$$\hat{u}(z, \omega) = (\hat{G} * p)(z) = \int_0^D \hat{G}(z - z_0, \omega) p(z_0) dz_0, \quad (1.21b)$$

pour le cas qui correspond à la géométrie de la figure [1.6b], où  $[0, D]$  est l'intervalle dans lequel est définie la plaque. Dans cette intégrale nous prenons en compte aussi la contribution d'une source ponctuelle située en  $z_0 = 0$ . Une telle convolution est justifiée par la linéarité des équations. Les équations (1.21) font apparaître clairement que la réponse associée à n'importe quel type de terme source  $p(z)$  peut être évaluée. Avant de présenter la méthode de calcul de la fonction de Green, nous rappelons brièvement la résolution du problème de génération acoustique par laser dans un demi-espace en utilisant un terme source dans l'équation d'onde.

### 1.3.1 Calcul des déplacements dans un demi-espace en utilisant un terme source dans l'équation d'ondes

L'équation à considérer est celle présentée précédemment (eq. 1.8). Dans ce paragraphe nous insistons uniquement sur les points différents de la méthode de résolution. En considérant un demi-espace, il existe seulement une surface libre en  $z = 0$ . Cela entraîne une modification des conditions aux limites car seule la contrainte en  $z = 0$  est imposée nulle.

Similairement au paragraphe §(1.2.3), la solution de l'équation (1.8) est exprimée comme la somme d'une solution homogène et d'une solution particulière. La dernière est identique à celle du problème du paragraphe §(1.2.3). La différence entre les deux problèmes provient de la solution homogène. Sa forme est celle de l'équation (1.15), mais pour la détermination des constantes  $A$  et  $B$  nous imposons la condition de radiation de Sommerfeld (c.f. annexe C.1) lorsque  $z \rightarrow \infty$ . En  $z = 0$  nous imposons comme auparavant, la condition de surface libre  $\sigma^m + \sigma^T = 0$ . Le couplage de ces deux conditions

permet d'obtenir les expressions des constantes  $A$  et  $B$  :

$$A = 0, \quad (1.22a)$$

$$B = -\frac{\chi j k_L T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} e^{j k_L z}, \quad (1.22b)$$

d'où la solution totale :

$$\hat{u}_t(z, \omega) = \frac{\chi T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} (-j k_L e^{j k_L z} - \beta e^{-\beta z}), \quad (1.22c)$$

qui va nous servir ensuite pour confirmer la validité de notre méthode.

### 1.3.2 Calcul des déplacements dans un demi-espace par la convolution de la fonction de Green $G$ avec la distribution de sources associée au gradient de température $\nabla T$

Nous présentons maintenant la méthode de calcul de la solution du problème de génération et propagation dans un demi-espace en utilisant la convolution entre la fonction de Green  $G$  du problème et la distribution des sources volumiques. Il faut préciser que la fonction de Green recherchée n'est pas unique. L'unicité sera fixée par les conditions aux limites que nous allons imposer. Ces conditions de régularité traduisent les propriétés physiques d'une source ponctuelle générée par laser dans le solide. Nous recherchons alors la fonction de Green  $G$  satisfaisant l'équation de Helmholtz inhomogène définie par :

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial z^2}(z, \omega) + k_L^2 \hat{G}(z, \omega) = b \delta(z - z_0). \quad (1.23)$$

Le terme source  $\chi \nabla T$  de l'équation (1.7) qui traduit une distribution de sources exponentiellement décroissantes est alors remplacé par le produit entre le terme  $b$  et le profil d'une source enfouie située en  $z = z_0$ , représentée par un Dirac spatial  $\delta(z - z_0)$ . La solution de l'équation (1.23) peut s'écrire comme une combinaison linéaire de solutions homogènes. Elle est définie par morceaux, un pour  $z \in [0, z_0]$  et l'autre pour  $z \in ]z_0, \infty]$  :

$$\hat{G}(z|z_0, \omega) = f_g H_g(z_0 - z) + f_d H_d(z - z_0), \quad (1.24a)$$

avec

$$f_g = \mathcal{A} e^{-j k_L(z - z_0)} + \mathcal{B} e^{j k_L(z - z_0)}, \quad z \in [0, z_0], \quad (1.24b)$$

$$f_d = \mathcal{C} e^{j k_L(z - z_0)}, \quad z \in ]z_0, \infty], \quad (1.24c)$$

où  $\mathcal{B} e^{j k_L(z - z_0)}$  et  $\mathcal{A} e^{-j k_L(z - z_0)}$  sont à voir comme deux ondes planes se propageant à gauche de la source ponctuelle : une onde directement émise par la source et une onde générée par réflexion à l'interface en  $z = 0$ , respectivement; et  $\mathcal{C} e^{j k_L(z - z_0)}$  correspond à l'onde plane se propageant à droite de la source vers l'infini comme la figure [1.6] le montre. Le  $H(z)$  dénote la distribution de Heaviside définie par :

$$H_d(z - z_0) = \begin{cases} 0, & \text{si } z < z_0, \\ 1, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.25a)$$

Au passage on notera,

$$H_g(z_0 - z) = 1 - H_d(z_0 - z). \quad (1.25b)$$

Les expressions des  $f_g$  et  $f_d$  nécessitent de calculer les constantes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$ . Pour les obtenir nous utilisons les conditions aux limites du problème. La première condition aux limites est imposée directement par l'équation de Helmholtz (1.23). Cette équation impose que la dérivée seconde de la fonction de Green  $\hat{G}$  présente la même discontinuité en  $z = z_0$  que la distribution de Dirac  $\delta(z - z_0)$ . Ainsi la primitive de  $\partial^2 \hat{G}(z|z_0)/\partial z^2$  a la forme d'une fonction Heaviside et présente un saut en  $z = z_0$ . L'amplitude du saut est choisie égale à  $b$ , associé au facteur multiplicatif de la fonction de Dirac dans l'équation (1.23). La première condition s'écrit alors  $\partial \hat{G}(z = z_0|z_0)/\partial z = b$ .

Comme  $\partial \hat{G}/\partial z$  est une fonction  $H(z - z_0)$  de type Heaviside, sa primitive est égale à  $(z - z_0)H(z - z_0)$ . Elle vaut donc zéro en  $z = z_0$ . Cela nous donne la deuxième condition :  $\partial \hat{G}(z = z_0|z_0)/\partial z = 0$ .

Finalement, la troisième condition aux limites provient de l'hypothèse de surface libre de la plaque. Pour chaque source ponctuelle située en  $z_0$ , la dérivée de la fonction de Green associée aux contraintes évaluées en  $z = 0$  doit être égale à zéro :  $\partial \hat{G}(z = 0|z_0)/\partial z = 0$ . En même temps, pour  $z = z_0$  la première condition impose :  $\partial \hat{G}(z = z_0|z_0)/\partial z = b$ . Les deux relations sont contradictoires pour une source ponctuelle localisée en surface :  $z = z_0 = 0$ . Pour s'affranchir de cette incompatibilité, nous imposons la condition  $\partial \hat{G}(z = 0|z_0)/\partial z = b$ , pour le cas particulier  $z = 0$  et tous  $z_0$ . Cette condition, permet de prendre en compte la contribution de la source générée sur la surface lors de l'intégration des sources ponctuelles dans le domaine de calcul (eq. 1.21a).

Nous développons maintenant ces conditions aux limites. Pour résumer, la première condition exprime le saut des contraintes en  $z = z_0$ , la deuxième condition traduit la continuité des déplacements à gauche et à droite de la source ponctuelle se situant en  $z = z_0$ , et enfin la troisième condition est associée à l'hypothèse de surface libre de la plaque. La résolution du système des équations formé à partir de ces conditions aux limites, donne les expressions des constantes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$  suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{A} = \frac{b}{2jk_L}, \\ \mathcal{B} = A(e^{2jk_L z_0} - 2e^{jk_L z_0}), \\ \mathcal{C} = A(1 + e^{2jk_L z_0} - 4e^{jk_L z_0}). \end{cases} \quad (1.26)$$

Les détails du calcul sont exposés dans l'annexe (C.2). La fonction de Green (1.24a) prend désormais la forme :

$$\hat{G}(z|z_0, \omega) = [\mathcal{A}e^{-jk_L(z-z_0)} + \mathcal{B}e^{jk_L(z-z_0)}] H_g(z_0 - z) + \mathcal{C}e^{jk_L(z-z_0)} H_d(z - z_0). \quad (1.27)$$

Nous avons obtenu alors l'expression analytique de la fonction de Green  $\hat{G}$  associée à la réponse élastique d'une source enfouie se situant en un point  $z_0$  du demi-espace défini pour  $z > 0$ .

Pour pouvoir confronter la méthode présentée ici avec l'approche classique, nous appliquons le théorème de Green (1.21a) pour la même distribution des sources que celle utilisée dans le paragraphe §(1.3.1) sauf les termes constants que nous avons déjà pris en

compte dans le terme  $b$  :

$$p(z) = \beta e^{-\beta z}. \quad (1.28)$$

La convolution par le profil  $p(z)$  donne l'expression des déplacements dans l'espace de Fourier :

$$\hat{u}(z, \omega) = -\frac{\chi \beta T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} e^{-\beta z} + \frac{\chi k_L^2 T_0}{j k_L C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} e^{j k_L z}, \quad (1.29)$$

qui est identique à l'équation (1.22c). Ensuite, en effectuant une transformation de Fourier inverse nous obtenons les déplacements dans l'espace réel.

Cette méthode peut être appliquée afin d'obtenir la solution dans une plaque finie [Fig. 1.6b] également. La présence de la face arrière introduit une onde se propageant vers la source ponctuelle. Cette onde, d'une amplitude notée  $\mathcal{D}$ , est le résultat de la réflexion d'onde se propageant à droite de la source ponctuelle, sur la face arrière en  $z = D$ . Ainsi, il faut modifier la fonction  $f_d$  décrivant les ondes se propageant à droite de la source génératrice. Cette fois la fonction de Green  $\hat{G}$  sera définie par :

$$\hat{G}(z|z_0, \omega) = f_g H_g(z_0 - z) + f_d H_d(z - z_0), \quad (1.30a)$$

avec

$$f_g = \mathcal{A} e^{-j k_L(z-z_0)} + \mathcal{B} e^{j k_L(z-z_0)}, \quad (1.30b)$$

$$f_d = \mathcal{C} e^{j k_L(z-z_0)} + \mathcal{D} e^{-j k_L(z-z_0)}, \quad (1.30c)$$

où  $\mathcal{D} e^{j k_L(z-z_0)}$  est à voir comme l'onde plane se propageant à droite de la source ponctuelle vers le sens négatif. Pour déterminer son amplitude il est nécessaire d'introduire une quatrième condition aux limites. Ainsi, nous imposons une condition supplémentaire des contraintes libres sur la face arrière :  $\partial \hat{G}(z = D|z_0)/\partial z = 0$ . Après le calcul de la fonction de Green  $\hat{G}$ , nous appliquons la convolution entre cette dernière et la fonction  $p(z)$  (eq. 1.21b) et nous obtenons le champ des déplacements :

$$\hat{u}(z, \omega) = \frac{j k_L \chi T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} \left( \frac{j \beta}{k_L} e^{-\beta z} + \frac{e^{-\beta D} - e^{-j k_L D}}{e^{j k_L D} - e^{-j k_L D}} e^{j k_L z} + \frac{e^{-\beta D} - e^{j k_L D}}{e^{j k_L D} - e^{-j k_L D}} e^{-j k_L z} \right). \quad (1.31)$$

Cette équation peut être comparée avec la solution (B.6) du problème de génération d'ondes dans une plaque finie homogène par l'utilisation d'un terme source dans l'équation d'onde (Annexe B).

Finalement, nous illustrons sur la figure [1.7] l'équivalence par la superposition des déplacements calculés par les deux approches. L'échantillon considéré est une pièce de CFRP d'une épaisseur de 4 mm. Sur les figures [1.7a] et [1.7b] les déplacements à l'interface en  $z = 0$  calculés pour les profils d'absorption optique exposés dans les encarts respectifs sont illustrés. Le premier profil d'absorption optique correspond à une pénétration optique de l'ordre d'un millimètre, tandis que celui de la figure [1.7b] à une longueur de pénétration optique de 20  $\mu\text{m}$ . Dans la figure [1.7], la courbe continue correspond à la première méthode présentée dans le paragraphe §(1.2.3) et la courbe pointillée à la seconde méthode présentée dans ce paragraphe. Le temps est normalisé par le temps  $t_v$  nécessaire pour que l'onde longitudinale traverse la distance  $z = 0$  et  $z = D$ . Il est

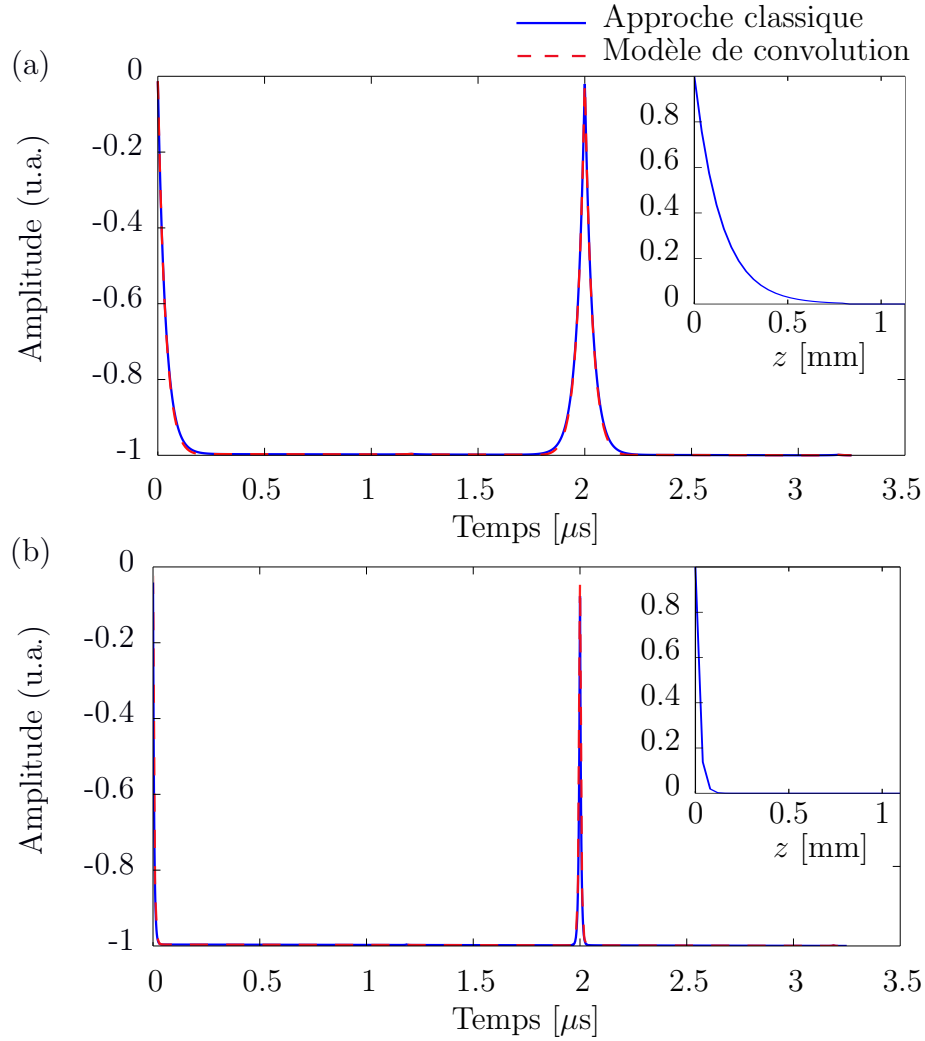


FIGURE 1.7 – Déplacements calculés en  $z = 0$  dans une plaque de CFRP avec la méthode présentée sur le paragraphe §(1.2.3) et la méthode exposée dans ce paragraphe (courbe pointillée). Les déplacements sont calculés en utilisant les profils d'absorption optique exposés dans les encarts respectifs. Deux différentes longueurs de pénétration optique sont considérées : (a) 1 mm, et (b) 20  $\mu\text{m}$ . L'échelle de temps est normalisée par le temps de vol  $t_v$  d'une onde longitudinale qui parcourt une distance égale à la longueur de la plaque.

précisé que dans cette application nous ne prenons pas en compte le profil temporel de la source afin de pouvoir identifier uniquement l'effet du profil spatial de la source.

Nous constatons le très bon accord entre les deux approches de calcul. L'influence du profil d'absorption sur l'allure des déplacements calculés est très parlant. Ainsi, nous pouvons envisager le développement d'une procédure permettant d'extraire le profil d'absorption optique d'une pièce par la résolution du problème inverse, c'est-à-dire en effectuant une déconvolution entre les déplacements mesurés et la fonction de Green  $\hat{G}$  de la pièce. Dans le cadre de cette thèse nous n'avons pas réalisé une telle procédure, car elle n'était pas jugée prioritaire.

De plus, dans l'exemple traité ici, comme nous ne prenons pas en compte le profil temporel de la source, le phénomène du précurseur peut être identifié. Sur la figure [1.7] pour tous les deux distributions spatiales de la source, nous observons le signal qui précède l'arrivée de l'écho. Cela a été généré par les sources acoustiques distribuées dans le volume de la pénétration optique et a donc parcouru une distance moindre.

Dans ce paragraphe nous avons montré l'équivalence entre les deux méthodes de résolution du problème de génération et de propagation d'ondes. L'approche proposée ici permet de considérer une distribution des sources de chaleur de forme quelconque. Cette méthode est basée sur la convolution entre la fonction de Green représentant la réponse élastique de la plaque à une source ponctuelle enfouie et le profil de la distribution des sources. La source localisée en surface est traitée par le moyen des conditions aux limites. La condition  $\partial\hat{G}(z=0|z_0)/\partial z = b$  permet de prendre en compte la contribution de cette source dans le calcul des déplacements (éq. 1.21b). En outre, le calcul lourd de la fonction de Green peut s'effectuer une seule fois pour une configuration donnée, i.e. les dimensions et les propriétés de la pièce. Puis, nous obtenons le champ de déplacement pour différents profils d'absorption optique par une simple convolution qui n'est pas couteuse en termes de temps de calcul.

## 1.4 Étude des paramètres influents sur la génération ultrasonore

En ultrasons-laser, la génération acoustique résulte de l'interaction laser-matière. Nous examinons ici l'influence des paramètres du laser et de l'échantillon sur les ondes acoustiques générées. La durée d'impulsion est tout d'abord examinée §(1.4.1). Ensuite, l'effet de la longueur de pénétration optique est présenté §(1.4.2), et enfin l'épaisseur de la résine-époxy est étudiée §(1.4.3).

### 1.4.1 Effet de la durée d'impulsion $\tau_p$

Il a été mentionné dans l'introduction que ce paramètre est essentiel pour la génération acoustique. Lorsque la longueur de pénétration optique dans la couche de la résine  $\xi_r = 1/\beta_r$  est faible devant le produit  $\lambda_L^r = v_L^r \tau_p$ , i.e.  $\beta_r v_L^r \tau_p \gg 1$ , la longueur d'onde acoustique générée est dictée par la durée d'impulsion laser :  $\lambda_L^r = v_L^r \tau_p$ . En ce qui concerne les applications aéronautiques, la génération acoustique dans les pièces composites se place dans ce cadre. La longueur de pénétration optique est de l'ordre de quelques dizaines

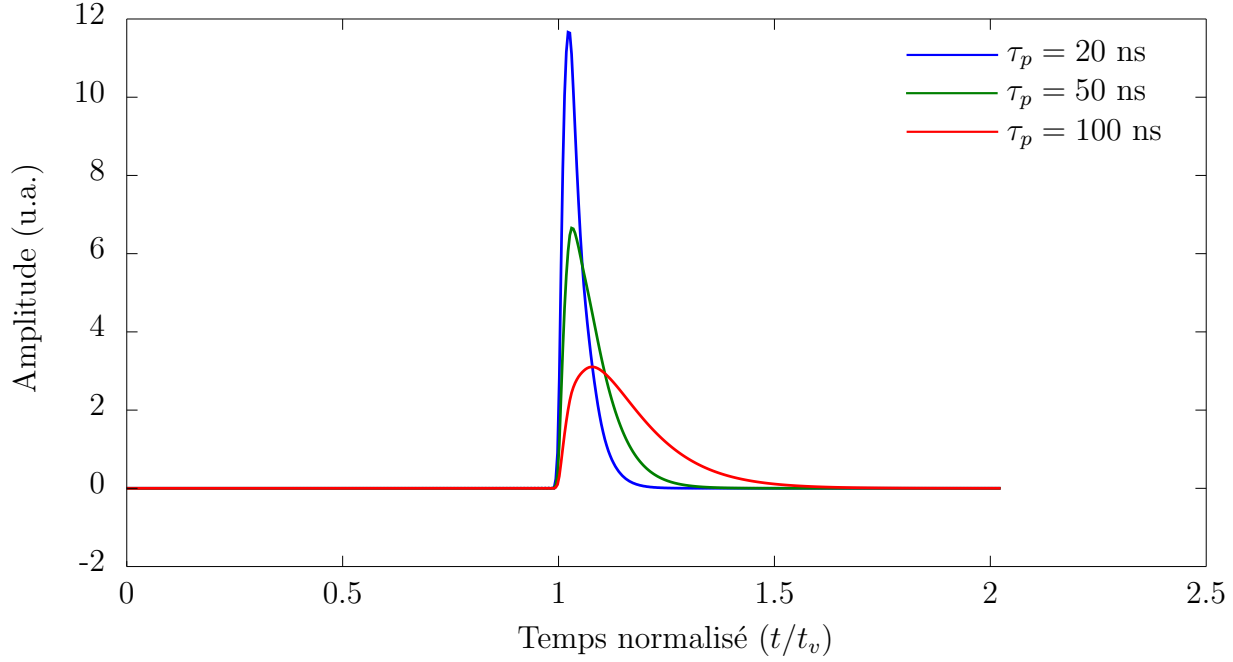


FIGURE 1.8 – Déplacements calculés en face arrière ( $z = D$ ), pour différentes durées d’impulsion laser. La longueur de pénétration optique  $\xi$  considérée ici est  $20 \mu\text{m}$ .

de micromètres, la célérité acoustique dans la résine est  $v_L^r = 2.87 \text{ mm}/\mu\text{s}$  et la durée d’impulsion est de l’ordre d’une centaine de nanosecondes. Alors le produit  $\beta_r v_L^r \tau_p$  vaut approximativement  $6 \gg 1$ .

Ainsi, la durée d’impulsion pilote la génération. Nous attendons alors également une influence sur la forme des fronts d’ondes générées. Pour vérifier cela, nous calculons les déplacements dans une couche de résine-époxy en transmission, i.e. à la face arrière de la résine-époxy, pour trois différentes durées d’impulsion :  $\tau_p = 20, 50$  et  $100 \text{ ns}$ . Le profil temporel  $f(t)$  de la source est décrit analytiquement dans l’équation (1.17a). La longueur de pénétration  $\xi_r$  est supposée égale à  $20 \mu\text{m}$ , et l’épaisseur de la résine-époxy  $1 \text{ mm}$ . Sur la figure [1.8] les déplacements calculés sont exposés. Le temps  $t$  est normalisé par le temps d’arrivée  $t_v$  d’une onde qui parcourt la distance de  $z = 0$  à  $z = D$ .

L’amplitude des fronts d’ondes est très significative. Les courtes impulsions entraînent une amplitude plus importante et un front d’onde moins large en temps, pour la même densité d’énergie. Pour interpréter cela, il suffit d’évaluer le champ d’élévation de température  $T$ . Sur la figure [1.9] nous exposons l’élévation de la température  $T$  calculée sur la surface au point d’incidence du laser pour plusieurs durées d’impulsion. Pour le calcul nous utilisons l’équation de la chaleur de Fourier parabolique (1.3a) afin d’illustrer la diffusion de la température qui survient dans la réalité. Nous constatons que la courte durée d’impulsion, i.e.  $\tau_p = 20 \text{ ns}$ , entraîne une élévation de température plus importante, de l’ordre de  $160 \text{ K}$  pour une énergie délivrée de  $90 \text{ mJ}$  par pulse pour un spot laser approximativement de  $2 \text{ mm}$ . L’élévation de température pour  $\tau_p = 50$  et  $100 \text{ ns}$  est respectivement de  $95 \text{ K}$  et  $42 \text{ K}$  pour la même énergie de  $90 \text{ mJ/pulse}$ . Une élévation de



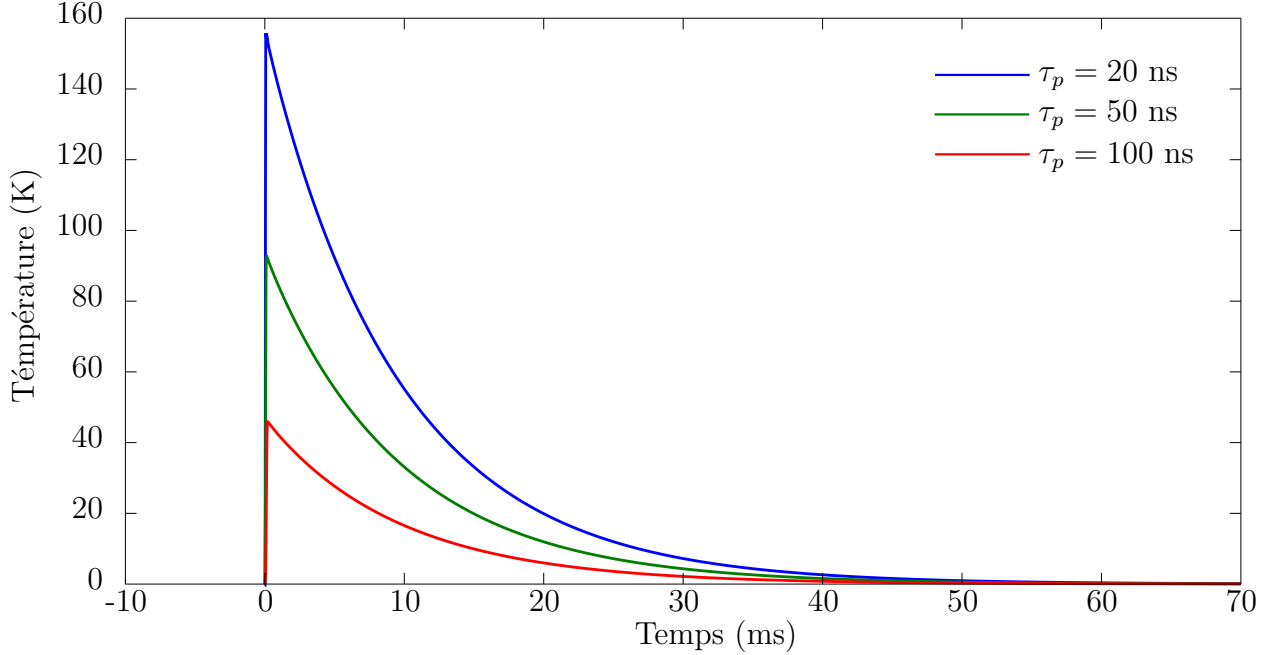


FIGURE 1.9 – Élévation de température  $T$  en  $z = 0$  à l'épicentre en fonction de temps pour plusieurs durées d'impulsion 20, 50, et 100 ns.

température plus importante conduit à une génération plus efficace car les contraintes thermoélastiques générées sont plus importantes.

Cependant, en prenant en compte la température ambiante  $T_{amb} = 293$  K, pour les trois durées d'impulsion, les températures totales obtenues sont respectivement :  $T_{amb} + T = 453$ , 388, et 335 K. La température de transition vitreuse  $T_v$  de la résine-époxy étant approximativement 370 K ( $\approx 75^\circ$  C),<sup>42</sup> les durées d'impulsion  $\tau_p = 20$  et 50 ns ne peuvent pas être utilisées car la résine-époxy sera endommagée.

Enfin, nous observons que la chaleur est diffusée entièrement approximativement après 40  $\mu$ s. Il devient clair que pour les durées d'impulsion du laser et de propagation d'ondes acoustiques considérées dans le cadre de cette thèse, la diffusion thermique peut être négligée.

#### 1.4.2 Effet de la longueur de pénétration optique dans la couche de la résine

Maintenant, l'effet de la pénétration optique est discuté. Nous considérons une pièce composite d'une épaisseur de 4 mm, dont la couche de résine superficielle a une épaisseur  $d$  de 60  $\mu$ m et le substrat de CFRP a une épaisseur de 3.94 mm. Le laser de génération est supposé comme étant un laser de type CO<sub>2</sub>, d'une longueur d'onde optique de l'ordre de 10.6  $\mu$ m. Dans la littérature, les valeurs retrouvées de pénétration optique d'un laser CO<sub>2</sub> dans la résine-époxy varient approximativement entre 10  $\mu$ m et 150  $\mu$ m.<sup>18,43,44</sup> Cette variation est attribuée aux différentes propriétés de la résine-époxy utilisée pour la fabrication du composite. Pour cette simulation, l'épaisseur de la résine est 60  $\mu$ m,

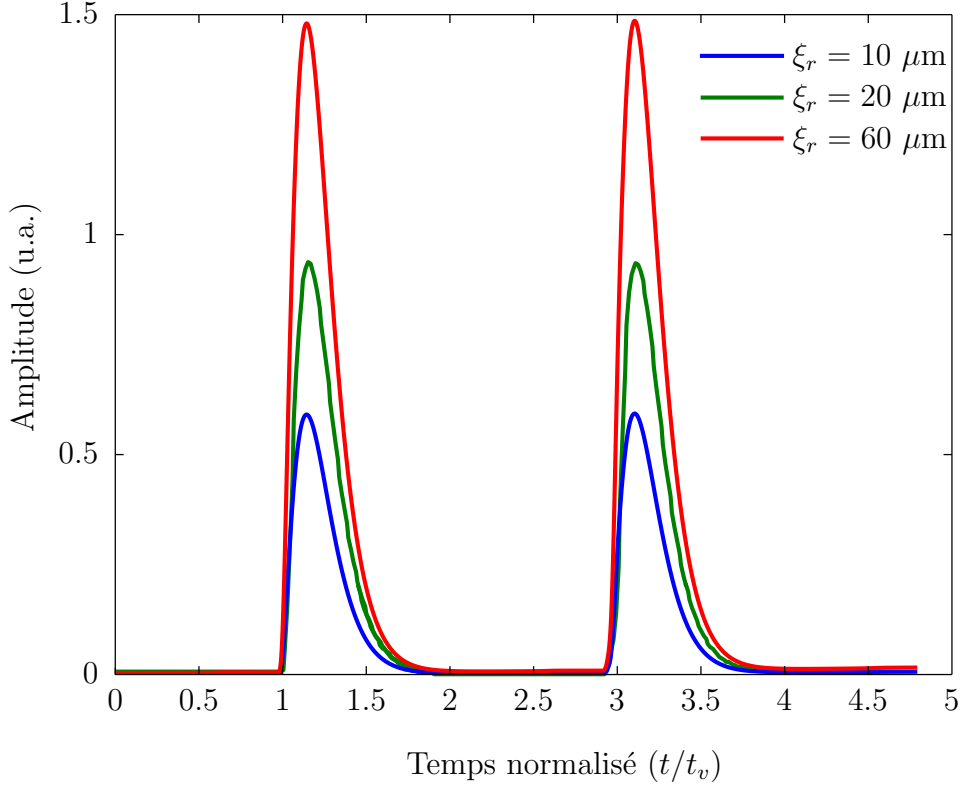


FIGURE 1.10 – Déplacements calculés en transmission pour différentes longueurs de pénétration optique : (1)  $\xi_r = 10 \mu\text{m}$ , (2)  $\xi_r = 20 \mu\text{m}$ , et (3)  $\xi_r = 60 \mu\text{m}$ . Pour ces valeurs de pénétration optique les rapports  $\xi_r/\lambda_L^r$  sont : (1)  $\xi_r/\lambda_L^r = 0.03$ , (2)  $\xi_r/\lambda_L^r = 0.07$ , et (3)  $\xi_r/\lambda_L^r = 0.2$ . L'axe des temps est normalisé par le temps d'arrivée de l'onde longitudinale. La durée d'impulsion  $\tau_p$  considérée ici est 100 ns, la célérité de l'onde longitudinale dans la résine est  $v_L^r = 2.87 \text{ mm}/\mu\text{s}$ , et la longueur d'onde acoustique dans la résine est  $\lambda_L^r = 0.287 \text{ mm}$ .

nous choisissons alors comme différentes longueurs de pénétration optique dans la couche de la résine les suivantes :  $\xi_r = 10 \mu\text{m}$ ,  $\xi_r = 20 \mu\text{m}$ , et  $\xi_r = 60 \mu\text{m}$ , afin d'évaluer leur effet sur la génération. La durée d'impulsion utilisée est la durée typique dans les applications industrielles, i.e.  $\tau_p = 100 \text{ ns}$ . Pour cette durée d'impulsion, la longueur d'onde acoustique générée dans la couche de résine est  $\lambda_L^r = 0.287 \text{ mm}$ , et les rapports entre la longueur de pénétration optique et la longueur d'onde acoustique sont : (1)  $\xi_r/\lambda_L^r = 0.03$ , (2)  $\xi_r/\lambda_L^r = 0.07$ , et (3)  $\xi_r/\lambda_L^r = 0.2$ . Sur la figure [1.10], les déplacements en fonction du temps calculés en transmission, i.e. en  $z = 4 \text{ mm}$ , sont exposés. Le temps  $t$  est normalisé par le temps de vol  $t_v$  nécessaire pour qu'une onde parcoure la distance de  $z = 0$  à  $z = 4 \text{ mm}$ . Les deux premiers pics correspondent au temps normalisé  $t/t_v = 1$  et  $t/t_v = 3$ , c'est-à-dire un aller, et deux allers et un retour respectivement. Nous constatons l'augmentation de l'amplitude du signal générée avec l'augmentation de la pénétration optique.

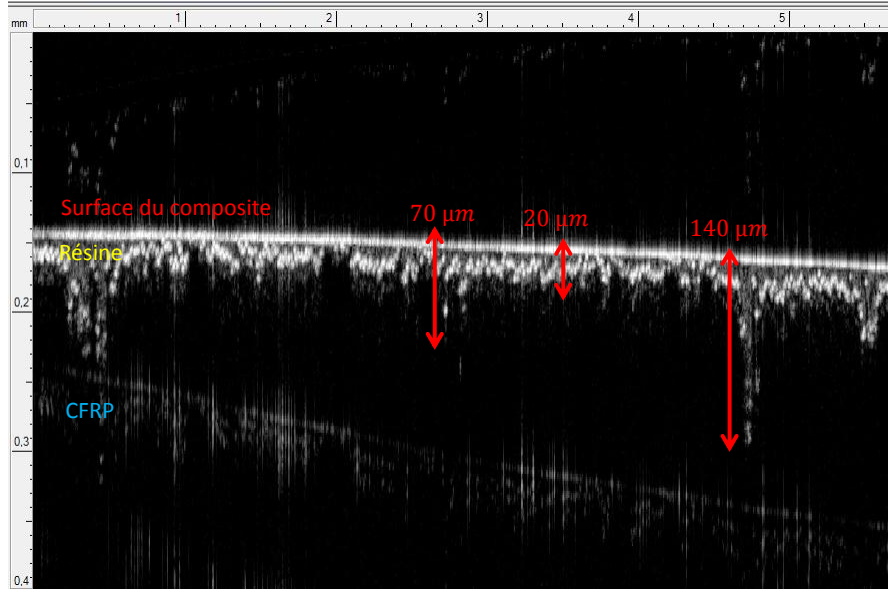


FIGURE 1.11 – Microscopie obtenue par la technologie OCT (Optical Coherent Tomography) de l’interface résine-époxy/CFRP. La région blanche indique l’épaisseur  $d$  de la résine-époxy. Trois différentes épaisseurs  $d$  sont indiquées : (i)  $d = 20 \mu\text{m}$ , (ii)  $d = 70 \mu\text{m}$ , (iii)  $d = 140 \mu\text{m}$ . Image fournie par Airbus Group Innovation Nantes.

### 1.4.3 Effet de l’épaisseur de la couche de la résine

Un paramètre non contrôlable lors la fabrication des pièces composites est l’épaisseur  $d$  de la couche superficielle du CFRP, composée de résine-époxy. L’épaisseur de la résine-époxy présente des variations qui sont typiquement de l’ordre de  $20 \mu\text{m}$  à  $200 \mu\text{m}$ . Sur la figure [1.11] une microscopie obtenue par la technologie OCT (Optical Coherent Tomography) de l’interface entre la résine-époxy et le CFRP est exposée<sup>iii</sup>. La région blanche indique la couche de résine. Pour la pièce considérée, nous observons des variations de l’épaisseur  $d$  de  $20 \mu\text{m}$  à  $140 \mu\text{m}$ .

La résine-époxy, étant semi-transparente, elle absorbe une partie de l’énergie électromagnétique transmise dans la pièce. Ainsi, il est attendu que l’épaisseur de la résine ait une influence sur le mécanisme de génération.

Considérons une inspection par ultrasons-laser d’une pièce avec des variations de l’épaisseur de la résine. Les paramètres issus de la littérature sont utilisés pour la simulation.<sup>35</sup> Le système délivre des impulsions laser d’une durée de  $\tau_p = 100 \text{ ns}$  le long de sa surface. La longueur de pénétration optique  $\xi_r$  est  $20 \mu\text{m}$ . Sur la figure [1.12] l’amplitude calculée en fonction du temps, en réflexion, c’est-à-dire en  $z = 0$ , pour différentes valeurs de l’épaisseur  $d$  de la résine-époxy est exposée. Les valeurs choisies sont  $d = 0, 20, 50, 100$ , et  $300 \mu\text{m}$ . Nous avons choisi ces valeurs pour que les courbes de la figure [1.12] ne

iii. Cette microscopie est obtenue par le système Ganymède de THORLABS.

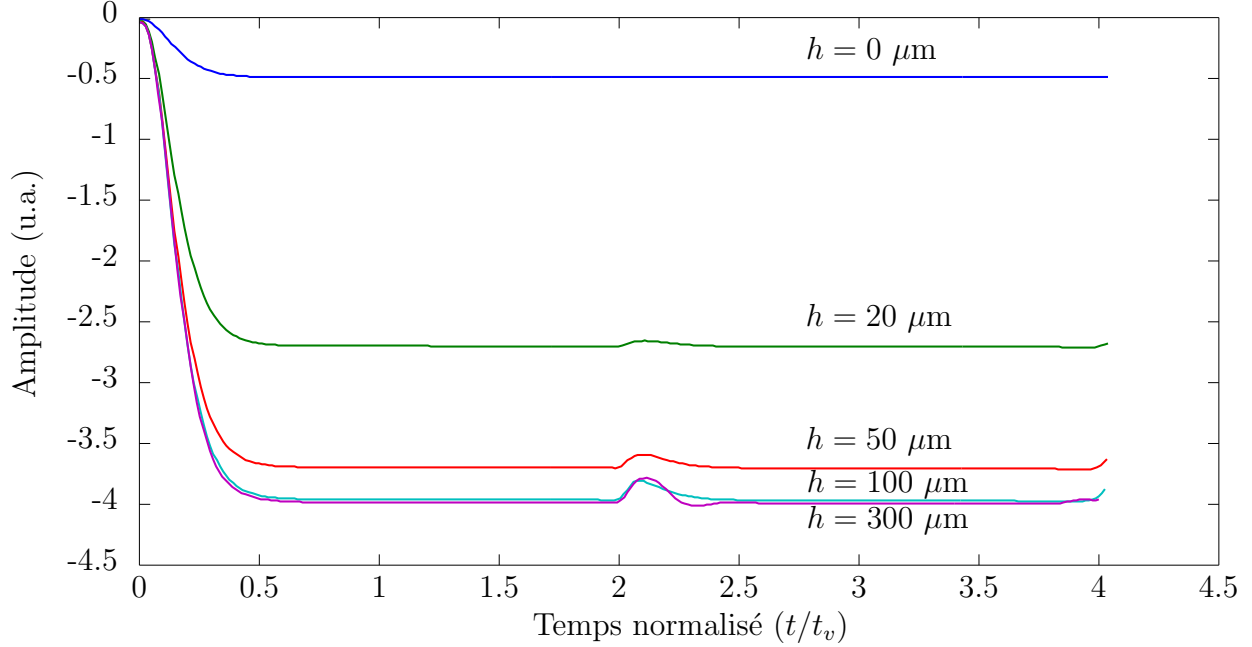


FIGURE 1.12 – Déplacements calculés à la surface en  $z = 0$ , dans un bicouche résine-époxy/CFRP pour différentes épaisseurs de la résine  $d = 0, 20, 50, 100$ , et  $300 \mu\text{m}$ .

soient pas confondues. L'épaisseur du substrat de CFRP est choisie pour que l'épaisseur totale de la bicouche soit toujours égale à  $4 \text{ mm}$ . Le temps  $t$  est normalisé par le temps de vol  $t_v$  d'une onde longitudinale qui parcourt la distance de  $z = 0$  à  $z = 4 \text{ mm}$ .

Tout d'abord, nous observons le déplacement de la surface de la pièce qui survient depuis  $t = 0$ . Ce palier est dû à la dilatation thermique en  $z = 0$  suite à l'absorption optique de la radiation électromagnétique. En opposition, dans l'exemple montré sur la figure [1.10], les déplacements calculés sur la face arrière sont nuls avant l'arrivée du front d'onde. Pour toutes les épaisseurs, l'arrivée de l'onde est observée en  $t/t_v = 2$  car elle traverse deux fois la distance entre la surface et la face arrière du composite.

L'augmentation de l'amplitude avec l'épaisseur de la résine apparaît très clairement. Pour les faibles épaisseurs par rapport à la longueur de pénétration optique, i.e.  $d = 0, 20, 50 \mu\text{m}$ , une petite augmentation entraîne une grande amplification de l'amplitude. Ceci n'est pas vrai pour les grandes épaisseurs, i.e.  $d = 50, 100, 300 \mu\text{m}$ . Nous remarquons que l'amplitude tend à se stabiliser lorsque l'épaisseur de la résine est supérieure à  $100 \mu\text{m}$ . L'amplitude augmente alors avec l'épaisseur de la couche, jusqu'à une épaisseur suffisante pour que toute la radiation électromagnétique soit absorbée dans la couche. Au delà de cette épaisseur l'efficacité de génération est la même. Cette valeur de l'épaisseur nécessaire est évaluée approximativement à  $5\xi$ .<sup>45</sup> Dans l'exemple de simulation traité ici, la longueur de pénétration optique est  $20 \mu\text{m}$ , et nous observons que l'amplitude se stabilise pour une épaisseur de la couche approximativement  $d = 100 \mu\text{m}$ . Ceci explique l'observation relative aux faibles épaisseurs et aux grandes épaisseurs, car pour les dernières l'efficacité de génération approche son maximum, et ainsi une augmentation de l'épaisseur n'entraîne pas une amplification importante de l'amplitude.

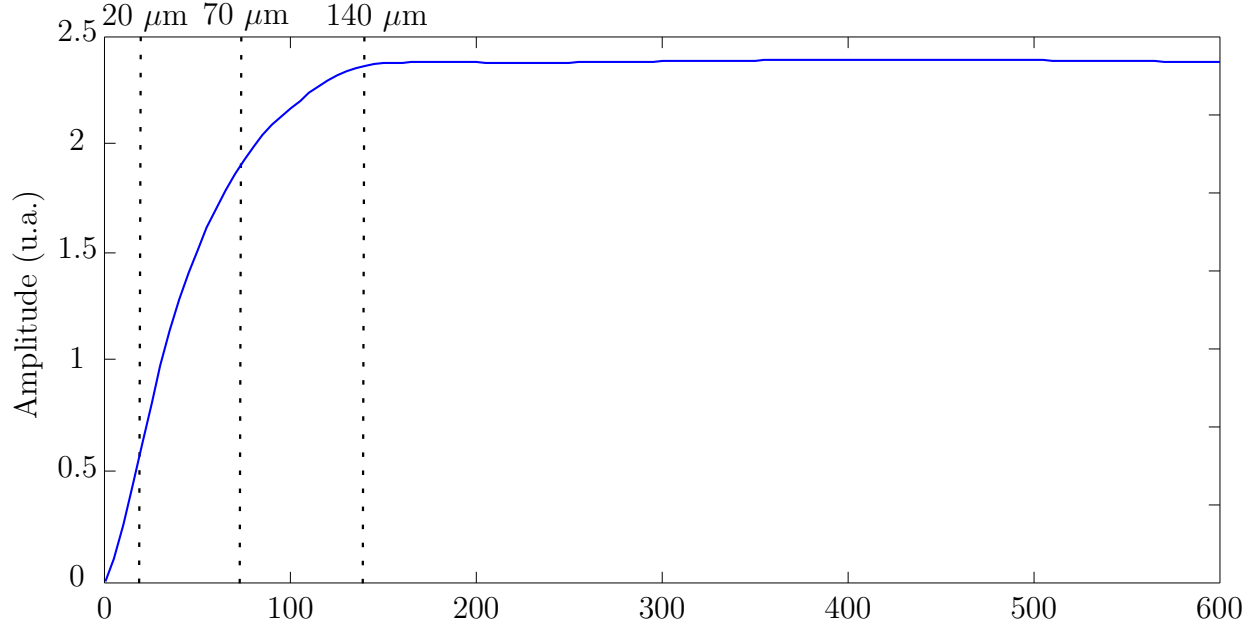


FIGURE 1.13 – Amplitude maximale des déplacements calculés en face arrière ( $z = D$ ), en fonction de l'épaisseur  $d$  de la résine-époxy. L'épaisseur  $d$  est comprise entre 0 et 600  $\mu\text{m}$ .

Cette observation est mieux illustrée sur la figure [1.13]. Ici, nous calculons le maximum de l'amplitude calculée en transmission, i.e.  $z = D$ , pour une grande gamme d'épaisseurs de la résine :  $d \in [0, 600] \mu\text{m}$ . Les mêmes paramètres de calcul qu'auparavant sont utilisés ici. La courbe obtenue présente deux caractéristiques intéressantes : (i) pour  $d \in [0, 100] \mu\text{m}$  une nette augmentation de l'amplitude est observée, et ensuite pour (ii)  $d \in [100, 600] \mu\text{m}$  l'amplitude devient constante.

Il devient clair que l'amplitude générée varie en fonction de l'épaisseur  $d$  de la résine-époxy. Considérons l'inspection par ultrasons-laser de la pièce exposée sur la figure [1.11]. Les ondes acoustiques générées sur les trois points indiqués d'épaisseur  $d = 70, 20, 140 \mu\text{m}$  vont avoir une amplitude très variable selon la figure [1.13]. L'amplitude pour  $d = 70$  et  $d = 140 \mu\text{m}$  est presque 4 et 4.5 fois plus importante que celle générée pour  $d = 20 \mu\text{m}$ . Cette variation doit être prise en compte pour l'interprétation des résultats de l'inspection afin de s'assurer de leur fiabilité.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre la génération et la propagation acoustique dans un bicouche de résine/CFRP unidimensionnel en considérant la pénétration optique est entièrement décrite. Nous avons aussi présenté les solutions analytiques pour le cas d'un demi-espace, d'une plaque finie homogène, et d'un bicouche constitué par une couche de résine-époxy et un substrat de CFRP homogénéisé. Ce modèle est basé sur la résolution de l'équation

d'onde avec une sollicitation de dilatation thermique. Dans un premier temps, le champ d'élévation de température est calculé à partir de la détermination de la source de chaleur générée par l'absorption optique du faisceau laser. Puis le gradient de l'élévation de température est utilisé comme terme source dans l'équation d'onde.

Ensuite, une méthode basée sur le théorème de Green pour le calcul du champ de déplacement a été proposée. Un des avantages de cette approche est que la forme de la source thermoélastique générée par absorption optique peut être quelconque. De plus, nous pouvons effectuer un pre-calcul de la fonction de Green et ensuite obtenir les champs des déplacements pour plusieurs profils différents d'absorption optique en réalisant des opérations de convolution qui ne sont pas lourdes en termes de temps de calcul. Les perspectives de cette approche sont prometteuses. Il sera possible, en utilisant des déplacements calculés ou mesurés, d'inverser le problème, et de déduire le profil d'absorption optique du matériau en effectuant une déconvolution entre les déplacements et la fonction de Green. La deuxième perspective envisagée est d'étendre le calcul de la fonction de Green à des dimensions supérieures, i.e. trois dimensions.

Enfin en utilisant le modèle exposé au paragraphe §(1.2) nous avons étudié les paramètres essentiels de la génération. La durée d'impulsion du laser est un paramètre influant l'élévation de la température de l'échantillon. En considérant un laser de génération de type CO<sub>2</sub>, pour lequel la radiation est absorbée dans la couche de résine, une durée d'impulsion de 20 ns<sup>iv</sup>, entraîne une élévation de température jusqu'au 453 K, provoquant ainsi un endommagement de la couche superficielle de la résine-époxy. Une durée d'impulsion de 100 ns<sup>v</sup> pour la même intensité de laser entraîne une élévation de température de 50 K, et ainsi assure le bon état de l'échantillon après l'inspection.

---

iv. Longueur d'onde acoustique dans la couche de résine  $\lambda_L^r = 0.058$  mm

v. Longueur d'onde acoustique dans la couche de résine  $\lambda_L^r = 0.287$  mm

## Chapitre 2

# Diagrammes des directivités de sources acoustiques rayonnant dans un demi-espace isotrope suite à l'absorption d'une impulsion laser

### Introduction

Ce chapitre est consacré à la description des mécanismes intervenant lors de la génération ultrasonore par laser dans un milieu semi-infini isotrope. Pour cette analyse, nous utilisons les diagrammes de directivité d'une source acoustique générée dans le milieu. Les diagrammes de directivité constituent un outil important pour l'interprétation des signaux acoustiques générés par une source, quelque soit son type. Ils renseignent sur la répartition de l'énergie des ondes planes générées dans un milieu solide en fonction de leur direction de propagation. Les diagrammes de directivité permettent de visualiser les amplitudes des ondes de volume des différentes polarisations. Ainsi, un diagramme de rayonnement peut être utilisé pour l'analyse des formes d'onde obtenues expérimentalement, ou numériquement.

Lors du siècle dernier plusieurs auteurs se sont intéressés à l'étude du rayonnement d'une source acoustique dans un milieu semi-infini. En 1904, Lamb<sup>46</sup> a étudié la propagation des vibrations à la surface d'un demi-espace isotrope, provoquées par l'application d'une force sur la surface libre. Il a obtenu une solution sous la forme d'une intégrale. Ensuite il l'évalue asymptotiquement afin d'obtenir le champ acoustique qui se propage selon la surface, loin de la source.

Cinquante ans après, Miller et Pursey<sup>47</sup> ont adapté cette méthode afin de calculer les déplacements d'un point quelconque d'un milieu semi-infini isotrope. Dans cette publication nous retrouvons pour la première fois la représentation des fonctions de directivité en amplitude sous forme de diagrammes en coordonnées polaires. Les perturbations mécaniques sont dues à l'application des contraintes harmoniques sur la surface libre. Les contraintes considérées étaient associées aux contraintes générées par un transducteur électromécanique. Il a fallu attendre encore quelques années avant l'étude des contraintes

générées par un laser.

Quelques années plus tard, en 1966, Lord<sup>48</sup> a introduit une nouvelle méthode pour calculer les fonctions de directivité en proposant une formulation locale du théorème de réciprocité.<sup>i</sup> Cette approche permet d'obtenir les mêmes expressions des fonctions de directivité que Miller et Pursey, mais avec une simplification remarquable des calculs. Achenbach<sup>49</sup> a montré que l'approche par le théorème de réciprocité peut être utilisée pour traiter des problèmes encore plus complexes, comme le calcul de la propagation des ondes de surface ou la diffusion des ondes acoustiques par des défauts.

Hutchins *et al.*<sup>16</sup> ont mesuré les diagrammes de rayonnement des ondes de polarisation longitudinale et transversale générées dans une plaque d'aluminium par un laser Nd:YAG. Ils ont comparé leurs résultats avec les prédictions théoriques calculées par la méthode de Lord,<sup>48</sup> et ils ont observé qu'une source acoustique en régime thermoélastique peut être modélisée par des contraintes parallèles à la surface de la plaque d'aluminium. Ils ont également modélisé la source acoustique en régime d'ablation par des contraintes normales à la surface. De plus, ils ont étudié le cas de la génération sur une surface chargée par une goutte d'huile ou par une couche de verre transparente, et ils ont constaté que ce chargement élastique induit la génération des contraintes normales à la surface.

En 1999, Bernstein et Spicer<sup>50</sup> ont montré que les diagrammes de directivité en amplitude des ondes de volume produites par une source surfacique linéique de largeur infinitésimale et une source surfacique ponctuelle d'un rayon infinitésimal sont identiques. Cependant la dépendance temporelle des fronts d'ondes pour les deux types de sources diffère et par conséquent les formes d'ondes obtenues ne sont pas les mêmes. Ils ont également montré qu'une source acoustique en régime thermoélastique devrait être modélisée comme un dipôle des contraintes de cisaillement, et non pas par une simple contrainte unilatérale parallèle à la surface comme le supposaient Hutchins *et al.*<sup>16</sup>

Quelques années plus tôt, Taylor<sup>51</sup> a observé l'influence de la pénétration optique sur le mécanisme de génération ultrasonore par laser dans un matériau polymère. La présence d'un déplacement positif (appelé précurseur) qui coïncide au temps d'arrivée d'une onde longitudinale, est attribuée au fait que la source thermoélastique est distribuée dans un faible volume du matériau. Sur la base de cette observation Yuhai<sup>52</sup> a pris en compte la pénétration optique dans les calculs des fonctions de directivité, en s'appuyant sur la méthode proposée par Miller et Pursey.<sup>47</sup> La prise en compte des effets associés à la diffusion thermique a été également ajoutée par Yaping.<sup>53</sup> Reverdy<sup>54</sup> et Noroy<sup>55</sup> ont étudié la directivité d'un réseau de sources. Les diagrammes de directivité d'une source thermoélastique en mouvement ont été étudiés par Fink et Berthelot.<sup>56,57</sup> Perton<sup>58</sup> a calculé les diagrammes de directivité en milieu anisotrope en considérant le caractère volumique de la source associé à la pénétration optique du faisceau au sein du matériau. Plus récemment, Raetz<sup>20</sup> a présenté des calculs basés sur le théorème de réciprocité afin de modéliser la génération thermoélastique d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique par rapport à la surface de l'échantillon. L'obliquité du faisceau laser engendre une perte de symétrie des diagrammes de directivité pour tous les types d'ondes générées, longitudinales et transversales.

---

i. Dans le paragraphe §(2.2.1) nous allons voir que l'utilisation de ce théorème a été introduite à la fin du 19<sup>e</sup> siècle.



Enfin, nous pouvons également trouver des études des diagrammes de directivité dans d'autres domaines de la physique, comme par exemple en géophysique. Plusieurs auteurs se sont intéressés à l'étude du rayonnement d'une source sismique. Notamment, Jilek et Cervený ont proposé en 1996 un modèle basé sur la théorie des rayons afin de prédire les diagrammes de directivité d'une source sismique d'expansion enfouie sous la surface de la terre.<sup>59</sup>

Dans ce chapitre nous souhaitons présenter un modèle de calcul bidimensionnel des diagrammes de directivité d'une source acoustique générée par absorption d'une onde électromagnétique dans un demi-espace isotrope en utilisant le théorème de réciprocité. Cette méthode est très efficace en termes de temps de calcul et de simplicité des équations. Nous commençons par une présentation de la géométrie et des hypothèses du modèle (section 2.1). Nous exposons ensuite dans la section 2.2 le principe du théorème de réciprocité, et le calcul des fonctions de directivité dans le cas d'une perturbation élastique provoquée par une force d'orientation quelconque appliquée à la surface du demi-espace. Puis, nous calculons les diagrammes de directivité d'une source surfacique dans le cas de la génération d'ultrasons par laser pour deux régimes de génération particuliers : le régime d'ablation et le régime thermoélastique (section 2.3). Enfin dans la section 2.4 nous présentons une méthode de calcul des fonctions de directivité pour une source acoustique issue de l'absorption optique d'une onde électromagnétique en incidence normale. Cette méthode est basée sur les travaux de thèse de Raetz<sup>20</sup> et Perton,<sup>58</sup> au sein de mon laboratoire d'accueil I2M de l'Université de Bordeaux, sous la direction de monsieur B. Audoin.

## 2.1 Description de la géométrie et des hypothèses du modèle

Dans ce modèle le milieu de propagation considéré est un solide homogène, de masse volumique  $\rho$ . Le milieu possède des propriétés mécaniques, thermiques et optiques isotropes. Dans la suite, les vecteurs seront indiqués par des caractères gras. Au sein de cette première partie du chapitre nous considérons un faisceau laser focalisé en surface, suivant l'axe  $y$ , selon une ligne infiniment fine [Fig. 2.1]. La largeur du faisceau est négligée et l'absorption de l'onde électromagnétique est supposée sur une profondeur très faible<sup>ii</sup>. Ce type de radiation électromagnétique entraîne une source acoustique linéique localisée en surface [Fig. 2.1]. La forme particulière de la source acoustique et l'isotropie du matériau sous étude permettent de considérer un problème à deux dimensions dans le plan  $(x, z)$ . Sur la figure [2.2] nous exposons la géométrie du plan défini par les directions  $(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ . L'origine du repère est placée sur le point  $O$ . La direction  $\mathbf{z}$  est orthogonale à la surface du demi-espace d'étude situé en  $z \geq 0$ . La source surfacique linéique est localisée en  $O$  et elle est colinéaire à  $\mathbf{y}$ . L'ensemble  $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  forme un repère cartésien. Les diagrammes de directivité exposent l'amplitude des ondes de polarisation longitudinale ou transversale en fonction de leurs angles de propagation. Nous choisissons donc d'utiliser

---

ii. La profondeur est supposée faible par rapport à la longueur d'onde acoustique générée (voir page 5).

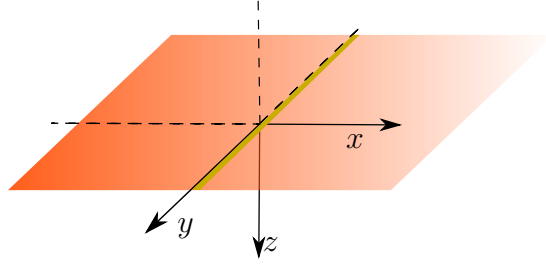


FIGURE 2.1 – Source acoustique linéique localisée en surface.

un repère polaire bien adapté pour ce type de représentation. Nous définissons ainsi le repère polaire  $(O, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ , dans le plan  $(O, \mathbf{x}, \mathbf{z})$ , que nous utilisons dans la suite de cette partie.

## 2.2 Principe du calcul des directivités d'une source acoustique générée par une force appliquée à la surface d'un demi-espace élastique isotrope et homogène

Nous souhaitons calculer le champ acoustique rayonné par une source linéique située à la surface d'un matériau isotrope. Dans un premier temps nous supposons que la perturbation élastique dans le milieu est due à une force harmonique appliquée sur la surface. Dans cette section nous présentons d'abord le principe du calcul du théorème de réciprocité dans le paragraphe §(2.2.1). Ensuite l'expression de la fonction de directivité d'une onde de polarisation longitudinale ou transversale est présentée respectivement dans les paragraphes §(2.2.2) et §(2.2.3). Finalement nous exposons dans le paragraphe §(2.2.4) le calcul des coefficients de réflexion sur la surface libre du demi-espace, qui constitue une étape nécessaire pour notre calcul.

### 2.2.1 Principe du théorème de réciprocité

Le théorème de réciprocité appliqué à la théorie d'élasticité fournit une relation entre les déplacements et les forces qui les génèrent, pour différents états de chargement d'un milieu. Selon Love,<sup>60</sup> le théorème principal pour le cas élastostatique est donné par Betti.<sup>61</sup> La première relation de réciprocité concernant le domaine de l'acoustique a été formulée par von Helmholtz en 1889. Le travail de von Helmholtz a attiré l'intérêt de Rayleigh. Il a proposé un théorème plus général qui peut s'appliquer dans le cas de l'élastodynamique.<sup>62</sup> Au sein de ce manuscrit nous utilisons la formulation la plus récente du théorème de réciprocité utilisée depuis Lord.<sup>48</sup>

L'application d'une force harmonique  $\mathbf{F}^O$  d'orientation quelconque au point  $O$  de la surface du demi-espace induit une onde élastique qui se propage dans le solide. Le

rayonnement d'une telle source acoustique en un point d'observation  $M$  du demi-espace est décrit par les amplitudes  $u_L^M$  et  $u_T^M$  du vecteur déplacement  $\mathbf{u}(M)$  généré par la force  $\mathbf{F}^O$ . L'amplitude  $u_L^M$  est associée au vecteur de déplacement  $\mathbf{u}_L^M$ , défini comme la projection du vecteur  $\mathbf{u}(M)$  selon le vecteur unitaire  $\mathbf{e}_r$  [Fig. 2.2a]. Il s'agit du champ de déplacement des ondes de polarisation longitudinale. En effet,  $\mathbf{e}_r$  représente la direction de propagation des ondes et dans un milieu isotrope les ondes de compression sont polarisées selon la direction de propagation. Un raisonnement similaire nous conduit à définir le champ de déplacement associé aux ondes de polarisation transversale  $\mathbf{u}_T^M$  d'amplitude  $u_T^M$ , comme la projection du vecteur  $\mathbf{u}(M)$  selon le vecteur unitaire  $\mathbf{e}_\theta$  normal à la direction de propagation [Fig. 2.2b].

La recherche des amplitudes  $u_L^M$  et  $u_T^M$  au point  $M$  des vecteurs déplacement  $\mathbf{u}_L^M$  et  $\mathbf{u}_T^M$  respectivement, générés par la force  $\mathbf{F}^O$  appliquée en  $O$  sera appelée dans la suite le problème physique (ou bien le problème direct). Pour la résolution du problème physique nous appliquons le théorème de réciprocité. Ce théorème relie le problème direct à un problème, plus simple à résoudre, appelé réciproque. La liaison entre les problèmes direct et réciproque se fait par une égalité scalaire. Nous considérons la force  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$  et une force réciproque  $\mathbf{F}^M$  appliquée au point  $M$ . Les forces  $\mathbf{F}^O$  et  $\mathbf{F}^M$  causent respectivement les déplacements  $\mathbf{u}(M)$  et  $\mathbf{u}(O)$  aux points  $M$  et  $O$ . En se mettant sous l'hypothèse de linéarité des propriétés élastiques du milieu, couplée à celle des faibles déformations nous appliquons le principe des travaux virtuels. Cela permet d'obtenir l'égalité entre le travail de la force  $\mathbf{F}^O$  dans le déplacement  $\mathbf{u}(O)$  produit par la force  $\mathbf{F}^M$  et le travail de la force  $\mathbf{F}^M$  dans le déplacement  $\mathbf{u}(M)$  produit par la force  $\mathbf{F}^O$ . Mathématiquement, nous exprimons la forme générale (sans indiquer les polarisations) du théorème par l'égalité :

$$\mathbf{F}^O \cdot \mathbf{u}(O) = \mathbf{F}^M \cdot \mathbf{u}(M), \quad (2.1)$$

où  $\ll \cdot \gg$  désigne le produit scalaire entre deux vecteurs. La preuve de ce théorème peut se trouver dans le livre de Timoshenko.<sup>63</sup> Cette preuve est basée sur le fait que l'énergie stockée dans le milieu élastique suite à l'application des forces  $\mathbf{F}^O$  et  $\mathbf{F}^M$ , est indépendante de la séquence d'application.

Si nous cherchons à déterminer l'amplitude du vecteur de déplacement  $\mathbf{u}_L^M = [\mathbf{u}(M) \cdot \mathbf{e}_r]\mathbf{e}_r$  [Fig. 2.2a] associé à une onde de polarisation longitudinale au point  $M$ , le problème réciproque consiste à la recherche d'un déplacement  $\mathbf{u}(O)$  généré au point  $O$  par l'application d'une force  $\mathbf{F}_L^M$  au point  $M$ , dans la direction  $\mathbf{e}_r$  et de la même norme  $F$  que la force  $\mathbf{F}^O$  [Fig. 2.2c]. La force  $\mathbf{F}_L^M$  est orientée selon la direction  $\mathbf{e}_r$ , donc le produit scalaire  $\mathbf{u}_L^M \cdot \mathbf{F}_L^M$  du coté droit de la relation (2.1) devient  $\mathbf{u}_L^M \cdot \mathbf{F}_L^M = [\mathbf{u}(M) \cdot \mathbf{e}_r]\mathbf{e}_r \cdot F\mathbf{e}_r = u_L^M F$ . En remplaçant cette expression dans l'équation (2.1) nous obtenons l'amplitude du vecteur de déplacement associé à une onde de polarisation longitudinale au point  $M$  par l'équation :

$$u_L^M = \frac{\mathbf{u}(O) \cdot \mathbf{F}^O}{F}. \quad (2.2)$$

De la même façon, si nous considérons le problème de la détermination de l'amplitude du vecteur de déplacement  $\mathbf{u}_T^M = [\mathbf{u}(M) \cdot \mathbf{e}_\theta]\mathbf{e}_\theta$  [Fig. 2.2b], le problème réciproque

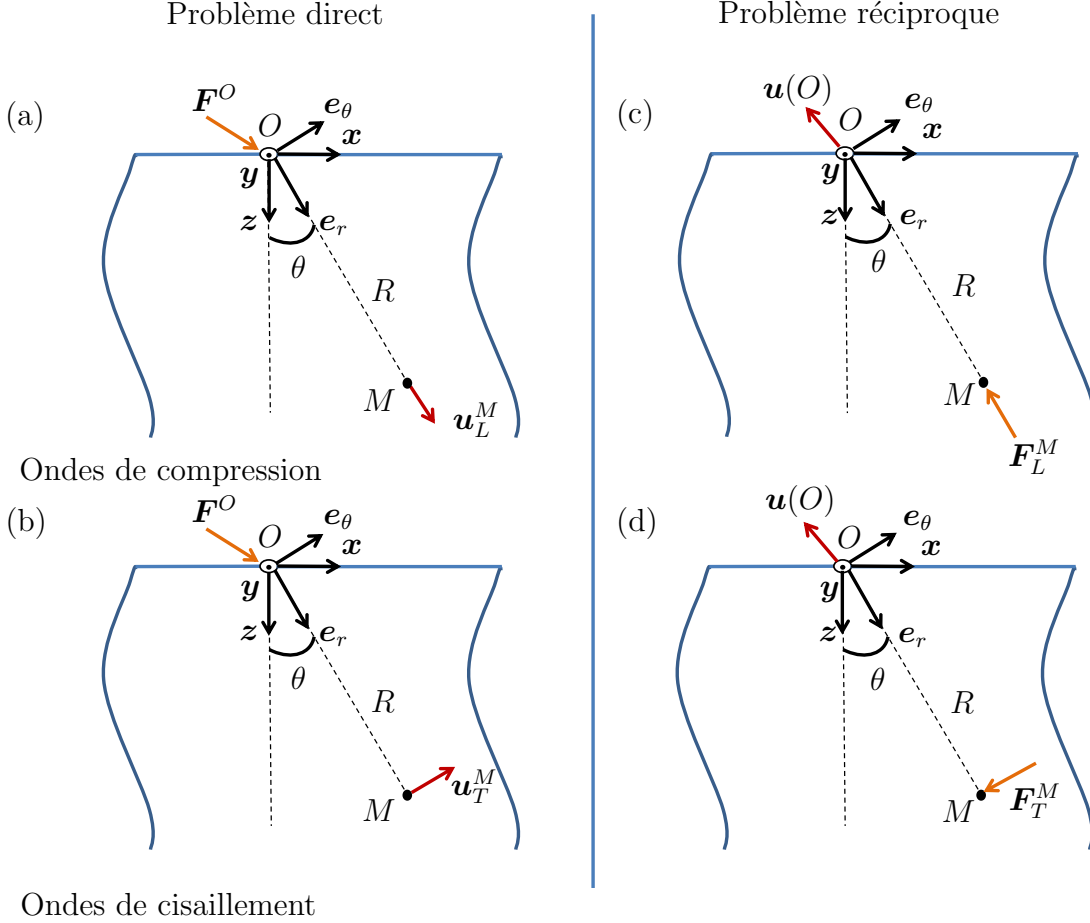


FIGURE 2.2 – Problèmes physiques considérés pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement et les problèmes réciproques respectifs (c) et (d).<sup>64</sup>

équivalent est de calculer le déplacement  $\mathbf{u}(O)$  généré au point  $O$  par l'application d'une force  $\mathbf{F}_T^M$  au point  $M$ , dans la direction  $\mathbf{e}_\theta$  et de même norme  $F$  que la force  $\mathbf{F}^O$  (Fig. 2.2d]. L'amplitude du vecteur de déplacement associé à une onde de polarisation transversale au point  $M$  est donnée alors par l'équation :

$$u_T^M = \frac{\mathbf{u}(O) \cdot \mathbf{F}^O}{F}. \quad (2.3)$$

Les problèmes réciproques qui viennent d'être présentés sont simples à résoudre comme nous allons le voir dans la suite, et avec leur aide nous obtenons la solution du problème physique en utilisant les équations (2.2) et (2.3). Il est important de noter que dans le problème direct le point d'observation  $M$  doit être suffisamment loin du point  $O$  sur lequel nous appliquons la force génératrice  $\mathbf{F}^O$ , pour que l'hypothèse de décomposition en ondes planes soit valable. De même, dans le problème réciproque le point  $M$  sur lequel les forces  $\mathbf{F}_L^M$  et  $\mathbf{F}_T^M$  sont appliquées, est loin du point d'observation

$O$ . La perturbation élastique générée par la force  $\mathbf{F}_{L,T}^M$  se propage vers toutes les directions et aussi vers la surface du demi-espace sous un angle d'incidence  $\theta_i$ . Cette perturbation sera appelée l'onde incidente, notée  $\mathbf{u}_{L,T_i}$ , avec l'indice  $L, T$  précisant la polarisation de l'onde, longitudinale ou transversale.

Si nous considérons que l'origine des phases est située au point  $O$ , le vecteur  $\mathbf{u}_{L,T_i}$  évalué en un point  $P = (x_P, z_P)$  quelconque du demi-espace est décrit par l'équation :

$$\mathbf{u}_{L,T_i}(P, t) = U_{L,T_i} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L,T_i} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L,T_i}, \quad (2.4a)$$

où  $U_{L,T_i}$  est l'amplitude du vecteur de déplacement,  $\mathbf{k}_{L,T_i}$  le vecteur d'onde,  $\mathbf{n}_{L,T_i}$  le vecteur du polarisation, et  $\mathbf{OP}$  le vecteur reliant l'origine  $O$  avec le point  $P$ . L'onde plane  $\mathbf{u}_{L,T_i}$  est évaluée dans un premier temps en un point quelconque  $P$  du demi-espace. Au point  $P$ , trois ondes contribuent au déplacement provoqué : l'onde incidente et deux ondes générées par réflexion à la surface. Il s'agit d'une onde de même polarisation que l'onde incidente, et une onde ayant subi une conversion de mode. Pour le cas d'une onde de compression incidente  $\mathbf{u}_{L_i}$  la réflexion à la surface entraîne une onde  $\mathbf{u}_{L_r}$  se propageant dans la direction  $\theta_L = \theta_i$ , et une onde  $\mathbf{u}_{T_r}$  réfléchie avec conversion de mode qui se propage dans la direction  $\theta_T$  [Fig. 2.3]. Les déplacements causés au point  $P$  par les ondes réfléchies  $\mathbf{u}_{L_r}$  et  $\mathbf{u}_{T_r}$  sont exprimés par les relations :

$$\mathbf{u}_{L_r}(P) = U_{L_r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_r}, \quad (2.4b)$$

$$\mathbf{u}_{T_r}(P) = U_{T_r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{T_r} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{T_r}. \quad (2.4c)$$

Les relations de Snell-Descartes assurent que la projection  $k_x$  selon  $\mathbf{x}$  des vecteurs d'ondes est égale pour les trois ondes. Ainsi, cela permet de définir entièrement les ondes réfléchies, car par une simple application du théorème de Pythagore nous obtenons les composantes selon  $\mathbf{z}$  des vecteurs d'onde des ondes réfléchies  $k_z^{L_r}$  et  $k_z^{T_r}$  :

– si  $k_x \leq \|\mathbf{k}_i^{L,T}\|$  :

$$k_z^{L,T_r} = \sqrt{\|\mathbf{k}_i^{L,T}\|^2 - k_x^2},$$

– sinon si  $k_x > \|\mathbf{k}_i^{L,T}\|$  :

$$k_z^{L,T_r} = -j \sqrt{k_x^2 - \|\mathbf{k}_i^{L,T}\|^2},$$

où  $\mathbf{k}_i^{L,T}$  est le vecteur d'onde associé à l'onde incidente (de polarisation longitudinale, ou transversale).

Résoudre alors le problème réciproque, c'est à dire calculer le vecteur de déplacement  $\mathbf{u}(O)$  au point  $O$ , revient à exprimer en  $O$  les trois ondes présentées dans ce paragraphe. Nous nous intéressons à évaluer le déplacement au point  $O$ , parce que dans le problème direct la force génératrice est appliquée en ce point. Une discussion complète sur la théorie de réciprocité dans le cas élastodynamique est donnée par Achenbach.<sup>49</sup> Dans le paragraphe qui suit nous décrivons le calcul de fonctions de directivité correspondant aux ondes de compression.

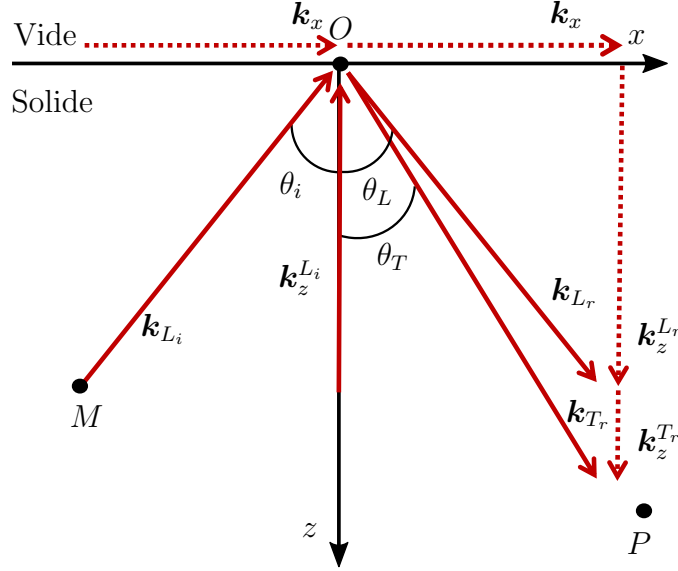


FIGURE 2.3 – Description des ondes considérées pour le problème réciproque : l'onde incidente de polarisation longitudinale  $\mathbf{u}_{L_i}$  et ses réflexions sur la surface libre avec ( $\mathbf{u}_{T_r}$ ) et sans ( $\mathbf{u}_{L_r}$ ) conversion de mode de propagation.

### 2.2.2 Fonction de directivité $f_L$ pour des ondes de polarisation longitudinale

Nous avons décrit précédemment les expressions générales des ondes de polarisation longitudinale et transversale se propageant dans le demi-espace  $z \geq 0$ . Dans ce paragraphe nous calculons les déplacements  $\mathbf{u}_L^M$  des ondes de polarisation longitudinale en un point  $M$  du demi-espace. Soit  $\mathbf{F}^O$  la force harmonique du problème direct, possédant une amplitude  $F$ . Nous cherchons à calculer la projection de  $\mathbf{u}(M)$  selon  $\mathbf{e}_r$ . La force harmonique du problème réciproque s'écrit donc :

$$\mathbf{F}_L^M = F e^{j\omega t} \mathbf{e}_r. \quad (2.5)$$

Suivant les considérations présentées dans le paragraphe précédent le champ acoustique total rayonné au point  $P$  contient la contribution des trois ondes  $\mathbf{u}_{L_i}$ ,  $\mathbf{u}_{L_r}$  et  $\mathbf{u}_{T_r}$ . Le champ total de déplacement causé au point  $P$  sous l'action de la force  $\mathbf{F}_L^M$  au point  $M$  s'écrit alors comme la somme :

$$\mathbf{u}(P) = \mathbf{u}_{L_i}(P) + \mathbf{u}_{L_r}(P) + \mathbf{u}_{T_r}(P). \quad (2.6a)$$

En injectant les expressions (2.4a), (2.4b), et (2.4c) dans (2.6a) nous obtenons :

$$\mathbf{u}(P) = U_{L_i} \left( e^{-jk_z^{L_i} z_P} \mathbf{n}_{L_i} + e^{-jk_z^{L_r} z_P} \mathbf{n}_{L_r} R_{LL} + e^{-jk_z^{T_r} z_P} \mathbf{n}_{T_r} R_{LT} \right) e^{j(\omega t - k_x x_P)}, \quad (2.6b)$$

où  $x_P$  et  $z_P$  sont les coordonnées du point  $P$ , et  $R_{LT}$ ,  $R_{LL}$  correspondent aux coefficients de réflexion avec et sans conversion de mode respectivement, définis par  $R_{LT} = U_{Tr}/U_{Li}$  et  $R_{LL} = U_{Lr}/U_{Li}$ . Ces coefficients seront calculés au paragraphe §(2.2.4) à l'aide des conditions aux limites. Nous utilisons maintenant l'équation (2.2) obtenue par l'application du théorème de réciprocité afin d'obtenir l'amplitude du déplacement  $\mathbf{u}_L^M$  initialement recherchée dans le problème direct :

$$u_L^M = \frac{\mathbf{u}(O) \cdot \mathbf{F}^O}{F}. \quad (2.6c)$$

Dans cette équation le déplacement  $\mathbf{u}(O)$  est connu car il suffit d'évaluer l'équation (2.6b) au point  $O$  et l'amplitude de la force appliquée au point  $M$  vaut  $F$ . Le calcul des diagrammes de directivité dans toutes les directions nous amène à évaluer la relation (2.6c) pour tous les angles d'incidence  $\theta_i \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . Dans l'équation (2.6b) seuls les termes dans la parenthèse varient en fonction de l'angle  $\theta$  et contribuent à la fonction de directivité. La forme finale de la fonction de directivité en amplitude des ondes de compression  $f_L(\theta)$  pour une force harmonique  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$  sur la surface en gardant seulement les termes dépendant de l'angle de propagation  $\theta$  est :

$$f_L(\theta) = [\mathbf{n}_{Li}(\theta) + \mathbf{n}_{Lr}(\theta)R_{LL}(\theta) + \mathbf{n}_{Tr}(\theta)R_{LT}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (2.6d)$$

### 2.2.3 Fonction de directivité $f_T$ pour des ondes de polarisation transversale

Dans ce paragraphe nous exposons le calcul de la fonction de directivité des ondes de cisaillement. La démarche étant similaire à celle du paragraphe ci-dessus, nous insistons sur les points clés du calcul. Nous cherchons à calculer la projection de  $\mathbf{u}(M)$  selon  $\mathbf{e}_\theta$ . Cette fois la force harmonique associée au problème réciproque s'écrit :

$$\mathbf{F}_T^M = F e^{j\omega t} \mathbf{e}_\theta. \quad (2.7)$$

Cette force engendre :

- l'onde incidente  $\mathbf{u}_{Ti}$  de polarisation transversale :

$$\mathbf{u}_{Ti}(P) = U_{Ti} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{Ti} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{Ti}, \quad (2.8a)$$

- l'onde  $\mathbf{u}_{Tr}$  réfléchiée à la surface, possédant une polarisation identique à celle de l'onde incidente :

$$\mathbf{u}_{Tr}(P) = U_{Tr} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{Tr} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{Tr}, \quad (2.8b)$$

- l'onde  $\mathbf{u}_{Lr}$  réfléchiée à la surface après une conversion de mode :

$$\mathbf{u}_{Lr}(P) = U_{Lr} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{Lr} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{Lr}. \quad (2.8c)$$

Le champ acoustique total rayonné au point  $P$  est égal à :

$$\mathbf{u}(P) = U_{T_i} \left( e^{-jk_z^{T_i} z_P} \mathbf{n}_{T_i} + e^{-jk_z^{T_r} z_P} \mathbf{n}_{T_r} R_{TT} + e^{-jk_z^{L_r} z_P} \mathbf{n}_{L_r} R_{TL} \right) e^{j(\omega t - k_x x_P)}, \quad (2.8d)$$

avec les coefficients de réflexion  $R_{TT} = U_{T_r}/U_{T_i}$  et  $R_{TL} = U_{L_r}/U_{T_i}$ . Enfin, nous utilisons l'équation (2.3) obtenue par l'application du théorème de réciprocité pour le calcul de l'amplitude du déplacement  $\mathbf{u}_T^M$  recherchée initialement dans le problème direct :

$$u_T^M = \frac{\mathbf{u}(O) \cdot \mathbf{F}^O}{F}. \quad (2.8e)$$

Nous introduisons dans cette expression l'équation (2.8d) du déplacement évalué au point  $O$  et nous obtenons la fonction de directivité des ondes de cisaillement  $f_T(\theta)$  pour une force harmonique  $F^O$  d'orientation quelconque :

$$f_T(\theta) = [\mathbf{n}_{T_i}(\theta) + \mathbf{n}_{T_r}(\theta) R_{TT}(\theta) + \mathbf{n}_{L_r}(\theta) R_{TL}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (2.8f)$$

## 2.2.4 Calcul des coefficients de réflexion d'un problème à 3 ondes

L'évaluation des fonctions (2.6d) et (2.8f) nécessite le calcul des coefficients de réflexion  $R_{LL}$ ,  $R_{LT}$ ,  $R_{TT}$  et  $R_{TL}$ . Pour le calcul des coefficients nous utilisons les conditions aux limites de surface libre en  $z = 0$ . Celles-ci imposent la nullité des contraintes de compression  $\sigma_{zz}$  et de cisaillement  $\sigma_{zx}$  en  $z = 0$ . Ces conditions aux limites de type Neumann s'écrivent :

$$\sigma_{zz} \Big|_{z=0} = C_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} + C_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} \Big|_{z=0} = 0, \quad (2.9a)$$

$$\sigma_{zx} \Big|_{z=0} = C_{66} \left[ \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right]_{z=0} = 0. \quad (2.9b)$$

où  $u_z$  et  $u_x$  sont les projections du vecteur déplacement selon  $\mathbf{z}$  et  $\mathbf{x}$ , et  $C_{ij}$  les coefficients de la matrice d'élasticité contractée du matériau occupant le demi-espace. Tout d'abord le cas de la réflexion d'une onde de polarisation longitudinale est traité. Les conditions aux limites que nous venons de présenter forment un système linéaire à deux inconnues scalaires  $R_{LL}$  et  $R_{LT}$ . Dans le cadre d'un problème à trois ondes, le système est simple à résoudre analytiquement. Les expressions explicites des coefficients de réflexion que nous obtenons sont :

$$R_{LL} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_T - (v_L/v_T)^2 \cos^2 2\theta_T}{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_T + (v_L/v_T)^2 \cos^2 2\theta_T}, \quad (2.10a)$$

$$R_{LT} = \frac{2(v_T/v_L) \sin 2\theta_i \cos 2\theta_T}{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_T + (v_L/v_T)^2 \cos^2 2\theta_T}, \quad (2.10b)$$

où  $\theta_i$  est l'angle d'incidence,  $\theta_T$  l'angle de réflexion avec conversion de mode. L'angle de réflexion  $\theta_T$  est obtenu par l'application des relations de Snell-Descartes :

$$v_T \sin \theta_i = v_L \sin \theta_T. \quad (2.11)$$



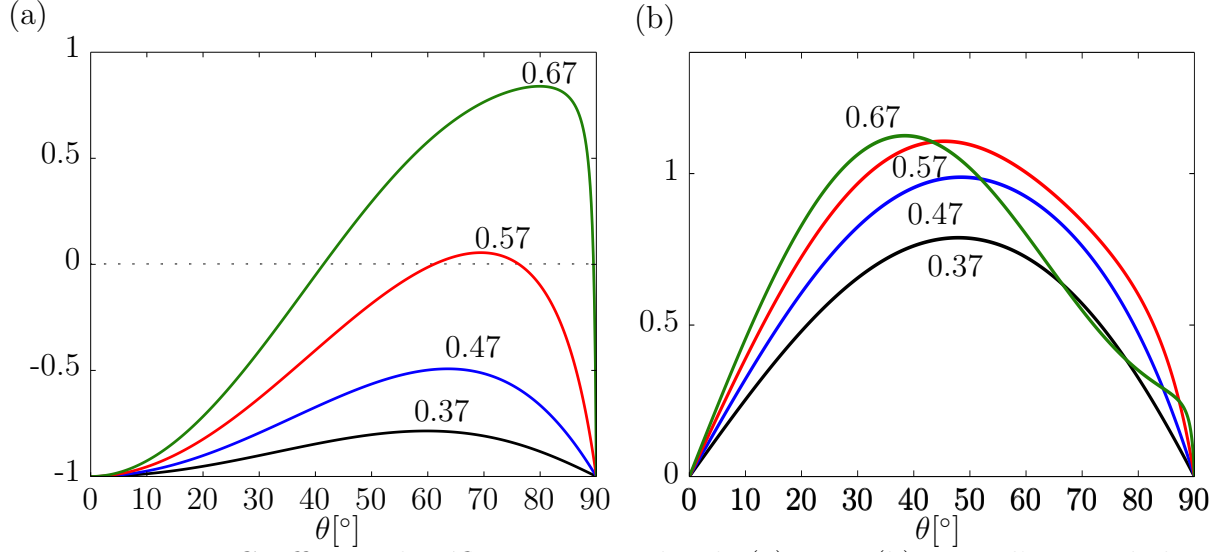


FIGURE 2.4 – Coefficient de réflexion en amplitude (a)  $R_{LL}$ , (b)  $R_{LT}$ , d'une onde longitudinale à la surface libre d'un milieu isotrope en fonction de l'angle d'incidence, pour différentes valeurs du rapport  $v_T/v_L$ .

Pour des raisons de compacité, nous avons choisi d'exprimer les expressions des coefficients  $R_{LL}$  et  $R_{LT}$  en fonction de  $\theta_T$ . La figure [2.4] illustre l'évolution des coefficients  $R_{LL}$  et  $R_{LT}$  pour différentes valeurs de l'angle critique défini par  $\theta_{cr} = \arcsin(v_T/v_L)$ . Pour  $\theta_i = 0^\circ$  et  $\theta_i = 90^\circ$  les coefficients de réflexion sont  $R_{LL} = -1$  et  $R_{LT} = 0$ , donc il y a réflexion totale de l'onde de compression incidente. La figure [2.4] montre la forte influence de l'angle critique sur la répartition de l'énergie acoustique réfléchi. Lorsque le rapport  $v_T/v_L$  est supérieur à 0.55<sup>iii</sup> nous observons que le coefficient  $R_{LL}$  est égal à zéro pour deux angles d'incidence. Dans ces directions, l'onde incidente longitudinale est réfléchiée en une onde transversale uniquement. De plus, lorsque le rapport  $v_T/v_L$  augmente, i.e. l'angle critique augmente, l'amplitude de l'onde réfléchiée avec conversion de mode devient plus importante puisque  $R_{LT}$  croît.

La démarche du calcul des coefficients de réflexion est similaire pour le cas d'une onde incidente de polarisation transversale. Il suffit d'évaluer les relations (2.9) pour les déplacements  $u_z$  et  $u_x$  associés à une onde de polarisation transversale. Nous obtenons les expressions :

$$R_{TL} = \frac{-(v_T/v_L) \sin 4\theta_i}{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_L + (v_L/v_T)^2 \cos^2 2\theta_i}, \quad (2.12a)$$

$$R_{TT} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_L - (v_L/v_T)^2 \cos^2 2\theta_i}{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_L + (v_L/v_T)^2 \cos^2 2\theta_i}, \quad (2.12b)$$

où  $\theta_L$  est l'angle de réflexion d'une onde avec conversion de mode. L'angle de réflexion  $\theta_L$  est obtenu par la relation :

$$v_L \sin \theta_i = v_T \sin \theta_L. \quad (2.13)$$

iii. Un matériau qui correspond à ce critère est le diamant :  $v_T/v_L \approx 0.72$ . Voir tableau [3.1].

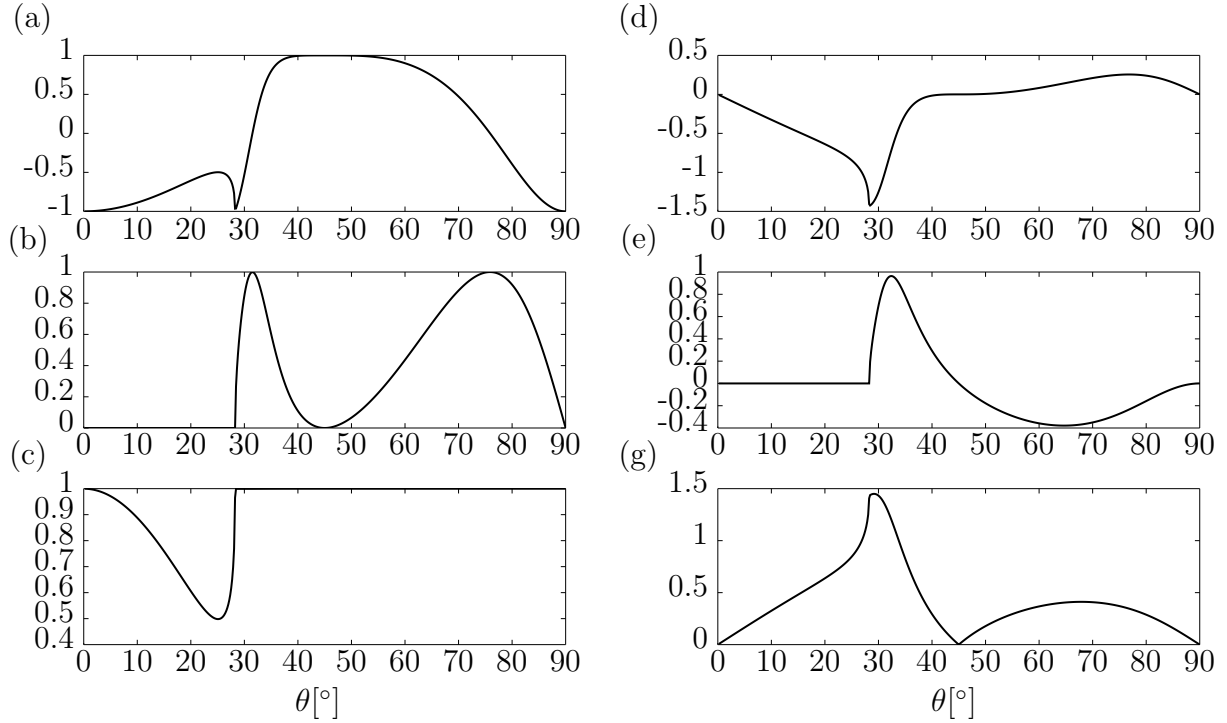


FIGURE 2.5 – Coefficient de réflexion  $R_{TT}$  : (a)  $\Re(R_{TT})$ , (b)  $\Im(R_{TT})$  et (c)  $\|R_{TT}\|$ , et coefficient de réflexion  $R_{TL}$  : (d)  $\Re(R_{TL})$ , (e)  $\Im(R_{TL})$  et (f)  $\|R_{TL}\|$  d'une onde de polarisation transversale en fonction de l'angle d'incidence. Les paramètres d'une plaque d'aluminium :  $v_L = 6420 \text{ ms}^{-1}$ ,  $v_T = 3040 \text{ ms}^{-1}$  sont utilisés pour le calcul.

Le calcul des coefficients de réflexion pour le cas de la réflexion d'une onde de cisaillement incidente présente un intérêt particulier comme expliqué par Royer<sup>65</sup> et Achenbach.<sup>66</sup> Il soutient une discussion décrivant les différents phénomènes qui peuvent avoir lieu lors de l'interaction entre une onde de cisaillement incidente et la surface. Les coefficients de réflexion  $R_{TT}$ ,  $R_{TL}$  pour le cas d'une plaque d'aluminium sont présentés sur la figure [2.5]. Les propriétés de l'aluminium sont rapportées dans le tableau [2.1]. Le rapport entre les vitesses acoustiques est  $v_T/v_L = 0.47$ , ce qui donne un angle critique  $\theta_{cr} \approx 28.2^\circ$ .

Pour  $\theta_i = 0^\circ$  et  $\theta_i = 90^\circ$  les valeurs des coefficients sont également  $R_{TT} = -1$ , et  $R_{TL} = 0$ , donc pour ces directions d'incidence il y a une réflexion totale de l'onde incidente de polarisation transversale. Pour des angles d'incidence  $\theta_i$  compris entre  $0^\circ$  et  $\theta_{cr}$  l'angle de réflexion en mode longitudinal  $\theta_L$  approche la valeur  $\pi/2$  et la partie réelle du coefficient  $R_{TL}$  [Fig. 2.5d] est toujours négative, car  $\sin 4\theta_i > 0$  et le dénominateur est toujours positif comme l'indique la relation (2.12a). Pour les angles sous-critiques la partie imaginaire des coefficients est égale à zéro comme le montre la figure [2.5b] et [2.5e].

Si l'angle d'incidence est égal à l'angle critique, nous déduisons de la relation (2.13) que l'angle de réflexion de l'onde de compression est égal à  $\pi/2$ . Le coefficient de réflexion  $R_{TT}$  est ainsi égal à  $-1$ .

Pour des angles d'incidence sur-critiques (i.e.  $\theta_i > \theta_{cr}$ ) les coefficients  $R_{TT}$ ,  $R_{TL}$  deviennent complexes. Le coefficient  $R_{TT}$  a un module égal à 1 comme indiqué par la

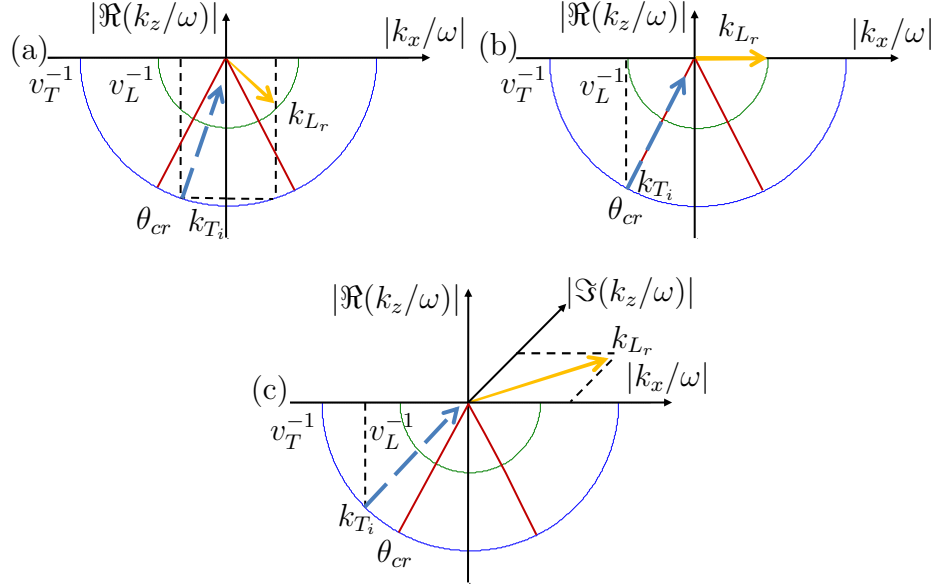


FIGURE 2.6 – Problème de réflexion d’une onde de cisaillement à la surface du demi-espace. Trois cas sont à distinguer : (a) l’angle d’incidence  $\theta_i$  est inférieur à l’angle critique  $\theta_{cr}$ , (b)  $\theta_i$  est égal à  $\theta_{cr}$  et (c)  $\theta_i$  est sur-critique.

figure [2.5c]. Cela démontre que l’onde transverse réfléchie a la même amplitude que l’onde transverse incidente, et par conséquent il n’y pas de réflexion sous la forme d’une onde longitudinale de volume.

Nous avons vu que l’angle critique est à l’origine des particularités des coefficients de réflexion d’une onde transversale incidente à la surface libre du demi-espace. Maintenant, à l’aide des courbes des lenteurs qui sont illustrées dans la figure [2.6], nous examinons la nature du vecteur d’onde d’une onde réfléchie par conversion de mode pour : (a) un angle  $\theta_i$  sous-critique, (b)  $\theta_i = \theta_{cr}$ , et (c)  $\theta_i$  sur-critique. Dans un milieu isotrope avec des célérités acoustiques  $v_L$  et  $v_T$ , les courbes des lenteurs sont deux arcs de rayon  $1/v_L$  et  $1/v_T$ , respectivement.

La figure [2.6a] correspond au cas d’une onde de cisaillement incidente d’un angle inférieur à l’angle critique. La loi de Snell-Descartes impose que les projections selon  $\mathbf{x}$  des vecteurs d’onde des ondes de cisaillement incidente et de compression réfléchie sont égales. Cela est schématisé par la ligne normale à l’interface passant par la fin du vecteur incident (flèche bleue) et intersectant la courbe de lenteur correspondant à une onde longitudinale (arc vert). Ainsi, la direction et la norme du vecteur réfléchi est obtenue. L’onde de compression, dont le vecteur d’onde est schématisé par la flèche orange, est réfléchie avec un angle plus petit que  $90^\circ$ , donc elle se propage dans le volume du milieu.

Considérons maintenant un angle d’incidence  $\theta_i = \theta_{cr}$ . Nous avons vu lors de l’étude des coefficients de réflexion que pour ce cas l’angle de réflexion  $\theta_L$  est égal à  $\pi/2$ . Par conséquent, la composante  $k_z^{Lr}$  selon  $\mathbf{z}$  du vecteur d’onde  $\mathbf{k}_{Lr}$  de l’onde réfléchie en mode longitudinal est égale à zéro, car  $k_z^{Lr} = \omega/v_L \cos \theta_L$ . Donc cette onde se propage uniquement selon l’axe  $\mathbf{x}$ , et ne transporte pas d’énergie acoustique loin de la surface du demi-espace, comme le montre la figure [2.6b]. Il s’agit d’une onde appelée rasante.

Enfin, le cas d'un angle d'incidence sur-critique est traité. Dans ce cas la relation de Snell-Descartes (2.13) impose que l'angle de réflexion  $\theta_L$  n'a pas d'autres possibilités que de devenir complexe. La composante commune  $k_x$  selon  $\mathbf{x}$  des vecteurs d'ondes reste réelle, et la composante  $k_z^{Lr}$  devient purement imaginaire, soit  $k_z^{Lr} = jm$ , comme visualisé sur la figure [2.6c]. Ainsi, l'onde plane réfléchie en mode longitudinal s'écrit :

$$\mathbf{u}_{Lr}(P) = U_{Lr} e^{j(\omega t - k_x x_P)} e^{-mz_P} \mathbf{n}_{Lr}. \quad (2.14)$$

Pour que la solution soit acceptable, il faut aussi satisfaire la condition du vecteur de Poynting  $\mathbf{P}$ . Celle-ci impose que  $\mathbf{P}$  doit être orienté vers le milieu d'incidence, c'est-à-dire  $P_z \geq 0$ , où  $P_z$  est la composante selon  $\mathbf{z}$  de  $\mathbf{P}$ . Cette condition requière que  $m > 0$ . Par conséquent le terme  $e^{-mz_P}$  dans l'équation (2.14) devient exponentiellement décroissant car  $z_P > 0$ . Dans ce cas l'onde générée à l'interface est appelée évanescence, et son amplitude décroît rapidement loin de la surface.

## 2.3 Calcul des fonctions de directivité de deux sources acoustiques typiques générées par laser

Dans la partie précédente nous avons décrit les expressions générales du calcul des fonctions de directivité d'une source acoustique linéique créée par une force d'orientation quelconque appliquée à la surface du demi-espace. Dans la suite, nous calculons les diagrammes de directivité associés aux sources acoustiques relatives à deux régimes classiques de génération par laser qui sont le régime d'ablation et le régime thermoélastique.

### 2.3.1 Directivités en régime d'ablation

Dans la littérature, il existe plusieurs études concernant la génération en régime d'ablation. Une génération en régime d'ablation survient lorsque la densité de puissance lumineuse dépasse le seuil d'ablation du matériau. Dans ce cas, l'impulsion laser provoque une vaporisation de matière qui s'accompagne d'un transfert de quantité de mouvement. Cela crée une force essentiellement normale à la surface libre du demi-espace.<sup>16</sup> Nous définissons une telle force comme  $\mathbf{F}_{abl}^O = F\mathbf{z}$ . En considérant cette force respectivement dans les équations (2.6d) et (2.8f) pour les ondes de polarisation longitudinale et transversale, nous constatons que seules les composantes suivant  $\mathbf{z}$  de trois ondes contribuent à l'expression de la fonction de directivité. Nous obtenons ainsi les fonctions de rayonnement pour les ondes de compression et de cisaillement, respectivement :

$$f_L^{abl} = n_z^{L_i} + n_z^{L_r} R_{LL} + n_z^{T_r} R_{LT}, \quad (2.15a)$$

$$f_T^{abl} = n_z^{T_i} + n_z^{T_r} R_{TT} + n_z^{L_r} R_{TL}. \quad (2.15b)$$

Pour illustration, nous considérons la génération dans une plaque d'aluminium dont les propriétés sont rapportées dans le tableau [2.1]. La figure [2.7a] présente les diagrammes de directivité obtenus par les équations (2.15a) et (2.15b). Pour une onde incidente de polarisation longitudinale la fonction de directivité  $f_L^{abl}$  est à valeurs réelles. Cela

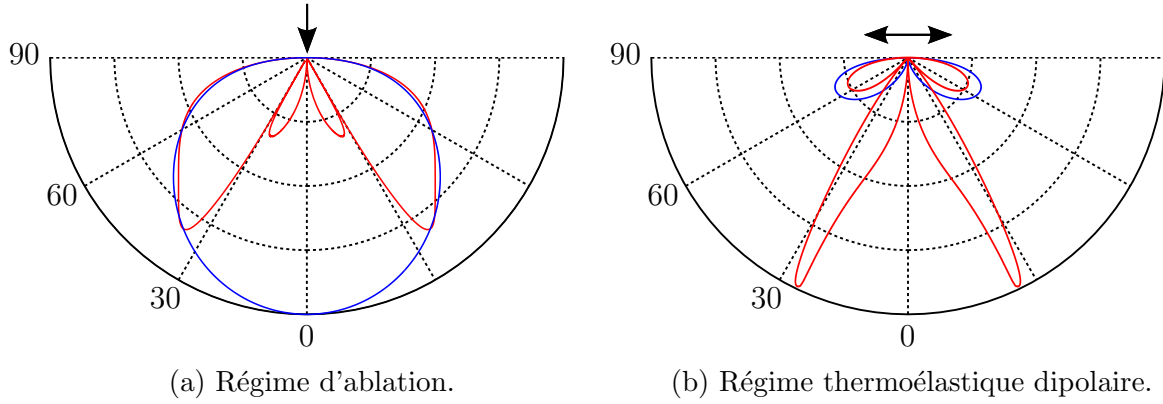


FIGURE 2.7 – Diagrammes de directivité des ondes de compression (trait bleu) et de cisaillement (trait rouge) pour une source acoustique surfacique (a) en régime d'ablation et (b) en régime thermoélastique dipolaire dans un échantillon d'aluminium.

n'est pas le cas pour une onde incidente de polarisation transversale : suite à la discussion du paragraphe §(2.2.4) les coefficients de réflexion  $R_{TT}$ ,  $R_{TL}$  et les vecteurs d'onde et de polarisation sont complexes pour les angles d'incidence sur-critiques. Conséquemment, la fonction de directivité  $f_T^{abl}$  est à valeurs complexes. Les quantités tracées sur le diagramme de directivité correspondent au module de la fonction de directivité  $f_T^{abl}$  afin de prendre en compte l'amplitude des ondes qui se propagent dans les directions sur-critiques. Les ondes de compression sont tracées en couleur bleu et les ondes de cisaillement en couleur rouge. Les courbes sont normalisées par le maximum d'amplitude entre les deux types d'ondes. La flèche noire représente la force normale considérée en régime d'ablation. La source étant surfacique et sans dimension spatiale les diagrammes de directivité ne dépendent pas de la fréquence.

Nous constatons qu'en régime d'ablation la génération des ondes de compression est plus efficace que la génération des ondes de cisaillement. Les ondes de compression sont rayonnées vers toutes les directions, avec une amplitude plus importante que les ondes de cisaillement. Nous observons aussi que l'amplitude maximale est atteinte dans la direction normale ce qui est justifié par la valeur extrême du coefficient de réflexion  $R_{LL}$  dans cette direction comme le montre la figure [2.4a] pour la valeur  $v_T/v_L = 0.47$ .

Autour de  $0^\circ$  nous remarquons quasiment pas de rayonnement des ondes transverses. D'un point de vue physique cela est attendu car par raison de symétrie les contributions au déplacement transverse s'annulent pour une propagation dans la direction normale à l'interface.

Entre  $0^\circ$  et  $28.2^\circ$  un lobe apparaît possédant une faible amplitude. Pour ces angles d'incidence, seules les parties réelles des coefficients  $R_{TT}$  et  $R_{TL}$  contribuent car les parties imaginaires sont nulles comme le montrent les figures [2.5b] et [2.5e]. Les diagrammes associés aux ondes de cisaillement correspondent à la norme de la relation (2.15b). L'amplitude du lobe à  $28.2^\circ$  résulte de la sommation des parties réelles des coefficients avec et sans conversion de mode.

Au delà de  $28.2^\circ$  le module du coefficient  $R_{TL}$  décroît [Fig. 2.5e] et en même temps le module du coefficient  $R_{TT}$  [Fig. 2.5c] maintient son niveau. Pour ces angles de propagation

TABLE 2.1 – Propriétés physiques de l’aluminium 2024-T351.

	Valeur
Coefficient d’élasticité $C_{11}$ (GPa)	109
Coefficient d’élasticité $C_{12}$ (GPa)	56
Masse volumique $\rho$ (g cm <sup>-3</sup> )	2.7
Longueur de pénétration optique <sup>67</sup> $\xi$ (nm)	7.6

les ondes de cisaillement ne se convertissent pas en ondes de compression, il est attendu alors que leur amplitude soit maximale dans ces directions de radiation, car il n’y a pas de pertes énergétiques.

### 2.3.2 Directivités en régime thermoélastique surfacique pour un matériau fortement absorbant

Le régime thermoélastique de génération est qualifié de surfacique lorsque l’échantillon absorbe **fortement** la radiation électromagnétique du laser. La source acoustique générée est considérée comme localisée en surface. Le coefficient d’absorption  $\beta$  du matériau satisfait alors :  $\beta = 1/\xi \ll v_L \tau_p = \lambda_L$ , où  $\tau_p$  est la durée d’impulsion du laser. Dans ce cas, la longueur de pénétration optique  $\xi$  du laser est beaucoup plus petite que la longueur d’onde acoustique générée  $\lambda_L$ . Bernstein et Spicer<sup>50</sup> ont montré qu’une telle source acoustique peut être modélisée par un dipôle de forces orienté selon l’axe  $x$  et parallèle à la surface libre, appliqué au point  $O$  sur la surface. Un dipôle de forces est défini comme un couple de forces, ayant des directions opposées et la même distance au point d’application. La dépendance spatiale du couple de forces est exprimée mathématiquement comme la dérivée de la fonction de Dirac par rapport à la variable  $x$  :  $\mathbf{F}_{dip}^O = F\delta'(x)\mathbf{x}$ . Si la force du problème direct est un dipôle de forces alors il faut considérer également une force génératrice dipolaire pour le problème réciproque. Cependant afin de simplifier le problème réciproque et grâce à la linéarité de l’opération de dérivation, nous proposons de calculer le déplacement généré par une simple force comme nous l’avons présenté dans le paragraphe §(2.2.1), et ensuite évaluer sa dérivée par rapport  $x$ . Nous rappelons l’équation (2.2) :

$$u_L^M = \frac{\mathbf{u}(O) \cdot \mathbf{F}^O}{F},$$

qui exprime le vecteur de déplacement de l’onde de polarisation longitudinale, généré au point  $M$  par une force  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$ . La dérivée de cette expression selon  $x$  donne :

$$u_L^{M,dip} = \frac{\frac{\partial \mathbf{u}(O)}{\partial x} \cdot \mathbf{F}^O}{F}, \quad (2.16)$$

où  $u_L^{M,dip}$  est l'amplitude du déplacement généré par l'action du dipôle. Le produit scalaire de l'équation (2.16) fait intervenir uniquement les composantes suivant l'axe  $x$  du vecteur  $\frac{\partial \mathbf{u}(O)}{\partial x}$ , car la force  $\mathbf{F}^O$  est orientée selon  $x$ . Nous obtenons les fonctions de directivité pour les ondes de compression et de cisaillement :

$$f_L^{th} = jk_x (n_x^{L_i} + n_x^{L_r} R_{LL} + n_x^{T_r} R_{LT}) , \quad (2.17a)$$

$$f_T^{th} = jk_x (n_x^{T_i} + n_x^{T_r} R_{TT} + n_x^{L_r} R_{TL}) . \quad (2.17b)$$

Nous observons dans les équations (2.17a), (2.17b) l'introduction de la dépendance fréquentielle par le terme  $k_x$  provenant de la dérivation des équations (2.6d) et (2.8f) selon  $\mathbf{x}$ . Sur la figure [2.7b] nous présentons les diagrammes de directivité calculés par ces expressions dans une plaque d'aluminium dont les propriétés sont portées dans le tableau [2.1]. Les fonctions  $f_L^{th}$  et  $f_T^{th}$  sont à valeurs complexes à cause de la multiplication par  $jk_x$ , donc leur module est tracé. Comme auparavant, le trait bleu correspond à une onde de compression et le trait rouge à une onde de cisaillement. Les flèches de directions opposées représentent le dipôle appliqué à la surface. Les directivités exposées ici sont en parfait accord avec les résultats de la littérature.<sup>52,53,50</sup>

Contrairement au cas du régime d'ablation, une source surfacique en régime dipolaire génère préférentiellement des ondes de cisaillement. Nous pouvons le constater en comparant l'amplitude de deux types d'ondes. En nous appuyant sur la discussion du paragraphe §(2.2.4) nous pouvons analyser la répartition d'ondes acoustiques. Les ondes de compression se propagent préférentiellement dans les directions latérales. En regardant le problème réciproque, les coefficients de réflexion avec et sans conversion de mode qui correspondent à une onde de compression incidente sont tracés sur la figure [2.4] pour la valeur  $v_T/v_L = 0.47$ . Nous constatons que le diagramme de directivité correspondant au rayonnement des ondes de compression par une source en régime thermoélastique, i.e. éq. (2.17a), est dicté par la somme de l'amplitude de l'onde incidente (égale à 1) et l'amplitude des ondes réfléchies (cf.  $R_{LL}$  et  $R_{LT}$ ).

Le cas de la directivité des ondes de cisaillement engendre une situation nécessitant une analyse plus détaillée. Comme nous avons vu dans le paragraphe §(2.2.1), pour calculer le champ acoustique associé aux ondes de cisaillement nous traitons le problème réciproque sur lequel l'onde incidente considérée est de la même polarisation. Dans le paragraphe §(2.2.4) nous avons analysé le problème de la réflexion d'une onde de cisaillement. Les coefficients de réflexion  $R_{TT}$  et  $R_{TL}$  exposés sur la figure [2.5] sont utilisés pour l'analyse.

Nous observons que les directivités des ondes de cisaillement sont dictées par le coefficient  $R_{TL}$  d'une onde incidente transversale réfléchiée en une onde longitudinale. Dans les directions entre  $0^\circ$  et  $\theta_{cr} = \arcsin(v_T/v_L) \approx 28^\circ$  la partie réelle du coefficient  $R_{TL}$  diminue et son évolution justifie l'augmentation d'amplitude [Fig. 2.5d]. La partie imaginaire du coefficient  $R_{TL}$  est égale à zero [Fig. 2.5e], donc les ondes réfléchies de polarisation longitudinale se propagent dans le volume du demi-espace<sup>iv</sup>. Dans le problème physique cela veut dire que les ondes de cisaillement dans ces directions proviennent de la conversion de mode des ondes de compression de volume.

---

iv. page 14



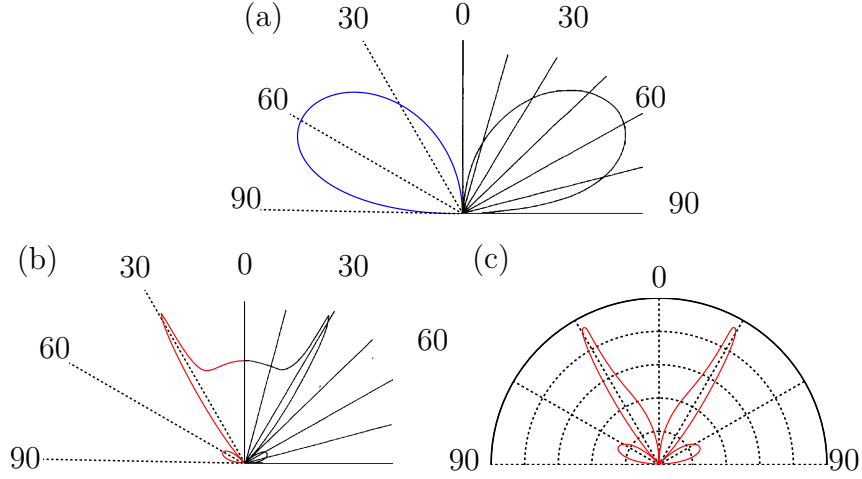


FIGURE 2.8 – Diagrammes de directivité d’ondes (a) de compression et (b) de cisaillement, calculés dans une plaque d’aluminium pour une force harmonique appliquée dans la direction parallèle de la surface. Le quadrant de gauche représente les résultats obtenus par le modèle utilisé dans ce chapitre, tandis que le quadrant de droite est extrait du travail de Hutchins.<sup>16</sup> Sur la figure (c), les diagrammes des ondes de cisaillement pour une génération en régime thermoélastique dipolaire sont rappelés.

De plus, nous avons commenté que les ondes de cisaillement qui se propagent dans la direction de l’angle critique  $\theta_{cr}$  se convertissent en des ondes de compression rasantes. Cela signifie que dans le problème direct les ondes générées dans ces directions proviennent de la conversion de mode des ondes rasantes. Les ondes rasantes se propagent selon la surface et la superposition de leurs fronts provoque une perturbation dans le volume de polarisation transversale. Il s’agit des ondes de tête se propageant dans la direction de l’angle critique. Les ondes de tête apparaissent clairement pour  $\theta_i = \theta_{cr}$  sur la figure [2.5d]. Pour cet angle de propagation la partie imaginaire du coefficient  $R_{TL}$  est égale à zéro [Fig. 2.5e].

Par suite, pour des directions de propagation sur-critiques nous observons sur le diagramme des ondes de cisaillement deux lobes centrés à  $\pm 65^\circ$ . Pour  $\theta_i > \theta_{cr}$  la partie imaginaire du coefficient  $R_{TL}$  [Fig. 2.5e], n’est plus égale à zéro. Cela est expliqué dans le paragraphe (2.2.4), où nous avons vu qu’une onde de cisaillement se propageant dans les directions sur-critiques se réfléchit en une onde longitudinale évanescente. Par conséquent, dans le problème physique les ondes de cisaillement dans ces directions proviennent de la conversion de mode des ondes de compression évanescents. La contribution de ces ondes à la génération apparaît clairement sur la figure [2.5e] entre les directions  $60^\circ$  et  $70^\circ$ .

Enfin, nous avons souhaité utiliser le modèle considéré ici pour reproduire les résultats de Hutchins.<sup>16</sup> Comme nous avons déjà vu dans l’introduction, pour simuler la génération en régime thermoélastique, Hutchins a proposé l’utilisation d’un monopole suivant la direction de la surface. Dans le modèle adopté ici, cela est équivalent à utiliser les équations (2.17a), (2.17b) avant d’effectuer la dérivation selon  $x$ . Autrement dit, il suffit d’utiliser



les mêmes relations sans la multiplication par le facteur  $jk_x$ . Les figures [2.8a] et [2.8b] prouvent le très bon accord entre les deux modèles. Nous observons que les directivités obtenues pour les ondes de compression [Fig. 2.8a] sont similaires à celles obtenues par le modèle d'un dipôle en surface [Fig. 2.7b] .

Par contre les diagrammes des ondes de cisaillement obtenus par une source monopolaire [Fig. 2.8b] présentent certaines différences avec les directivités obtenues par une source en régime thermoélastique [Fig. 2.8c]. Les lobes orientés à  $30^\circ$  et  $60^\circ$  sont quasiment identiques pour les deux modèles. Cependant pour le modèle considérant un monopole de génération, nous constatons une augmentation d'amplitude entre  $0^\circ$  et  $30^\circ$ . Cela met en évidence qu'une force parallèle en surface favorise une génération d'ondes de cisaillement selon la direction normale. Par opposition et pour raison de symétrie, les contributions au déplacement transversal s'annulent dans la direction normale pour le cas d'un dipôle des forces.

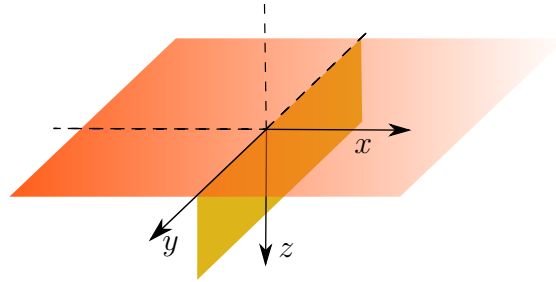
## 2.4 Fonctions de directivité d'une source acoustique distribuée dans le volume d'un matériau semi-transparent

Dans cette section, nous considérons une génération thermoélastique avec une pénétration optique du faisceau laser respectant l'inégalité  $\xi = 1/\beta \geq v_L \tau_p$ . Dans une telle situation la génération acoustique est dictée par la longueur de pénétration optique, et la longueur d'onde acoustique est égale à  $\xi$ . La source acoustique est alors considérée comme distribuée dans le volume de l'échantillon selon la direction de pénétration du faisceau laser [Fig. 2.9a]. À l'aide des équations de Maxwell, nous avons décrit dans le premier chapitre du manuscrit la densité volumique de puissance déposée par le laser dans le volume qui décroît exponentiellement avec la profondeur selon la loi de Beer-Lambert. Par conséquent l'amplitude de la source acoustique distribuée dans le volume décroît aussi exponentiellement avec la profondeur et elle est proportionnelle à  $\beta e^{-\beta z}$ . Pour le calcul des fonctions de directivité nous proposons de décomposer la source distribuée dans le volume en une superposition de sources d'expansion, linéiques et parallèles à la surface, enfouies comme indiqué sur la figure [2.9b]. Dans le paragraphe suivant nous présentons le calcul des fonctions de directivité d'une source d'expansion linéique située en un point quelconque du demi-espace. Nous montrons ensuite comment en utilisant le principe de superposition et l'expression de la fonction de directivité d'une source d'expansion nous pouvons obtenir les diagrammes de directivité d'une source acoustique thermoélastique distribuée dans le volume du milieu.<sup>58</sup>

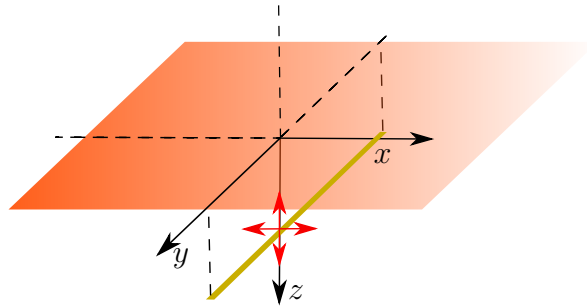
### 2.4.1 Rayonnement d'une source d'expansion enfouie

Soit une source d'expansion  $F_S$  située au point  $S = (x_S, z_S)$  du demi-espace. Nous souhaitons évaluer le déplacement provoqué à un point  $M$  situé dans le plan défini par les axes  $x$  et  $z > 0$  [Fig. 2.9b].

Nous considérons que la coordonnée  $x_S$  du point  $S$  est égale à zéro. Une source



(a) Source acoustique linéique distribuée dans le volume.



(b) Source d'expansion linéique enfouie en régime thermoélastique.

FIGURE 2.9 – Représentation schématique des différentes sources acoustiques : (a) distribuée dans le volume et (b) source d'expansion linéique enfouie en régime thermoélastique. La croix rouge indique la dilatation du volume suivant les axes  $x$  et  $z$  provoquée par la source d'expansion. Nous considérons la source acoustique de la figure (a) comme une superposition des sources de la figure (b).

d'expansion en trois dimensions est définie comme la superposition de trois dipôles de forces de même amplitude et de directions orthogonales.<sup>30</sup> Dans le cadre de notre travail, nous avons noté que pour des raisons de symétrie, le plan d'étude est le plan défini par les vecteurs  $(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ . En deux dimensions une source d'expansion peut être modélisée par deux dipôles (souvent appelé quadripôle), orientés selon les axes  $x$  et  $z$ . Nous notons  $f_{L,T}^{\mathbf{x},dip}$  la fonction de directivité d'un dipôle de forces orienté selon l'axe  $x$ , et  $f_{L,T}^{\mathbf{z},dip}$  la fonction de directivité d'un dipôle de forces selon l'axe  $z$ . Les deux indices  $L, T$  sont utilisés ici parce que la démarche exposée dans ce paragraphe est équivalente pour les fonctions de directivité d'ondes de polarisation longitudinale et transversale. Le calcul de fonctions  $f_{L,T}^{\mathbf{x},dip}$  et  $f_{L,T}^{\mathbf{z},dip}$  provient du calcul exposé dans le paragraphe §(2.3.2). La fonction de directivité concernant le dipôle suivant l'axe  $x$  est obtenue en suivant la même démarche que pour l'évaluation de la fonction  $f_{L,T}^{th}$  (cf. éq. (2.17a) et (2.17b)), en tenant compte que cette fois la source est située au point  $S$  et pas au point  $O$ . Cela introduit dans la relation le terme de propagation  $e^{jk_z^|| z_S}$ , où  $|| = L_i, L_r$ , pour une onde de compression ou  $|| = T_i, T_r$ , pour une onde de cisaillement.

Pour le calcul de la fonction de directivité  $f_{L,T}^{\mathbf{z},dip}$  la démarche diffère légèrement. Le dipôle des forces suivant l'axe  $z$  appliqué en  $S$  est défini par  $\mathbf{F}_{dip}^S = F\delta'(z)\mathbf{z}$ . Nous résolvons le problème réciproque, c'est-à-dire nous évaluons le déplacement  $\mathbf{u}_{L,T}^{S,z}$  au point  $S$  provoqué par l'application d'une force  $\mathbf{F}^M$  au point  $M$ . Ensuite, la dérivée du déplacement  $\mathbf{u}_{L,T}^{S,z}$  est évaluée, mais cette fois la dérivée se fait selon la variable  $z$ . Les expressions analytiques des fonctions de directivité sont finalement :

Pour les ondes de polarisation longitudinale :

$$\begin{aligned} f_L^{\mathbf{x},dip} &= jk_x \left( n_x^{L_i} e^{-jk_z^{L_i} z_S} + n_x^{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{LL} + n_x^{T_r} e^{-jk_z^{T_r} z_S} R_{LT} \right), \\ f_L^{\mathbf{z},dip} &= j \left( k_z^{L_i} n_z^{L_i} e^{-jk_z^{L_i} z_S} + k_z^{L_r} n_z^{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{LL} + k_z^{T_r} n_z^{T_r} e^{-jk_z^{T_r} z_S} R_{LT} \right). \end{aligned}$$

Pour les ondes de polarisation transversale :

$$\begin{aligned} f_T^{\mathbf{x},dip} &= jk_x \left( n_x^{T_i} e^{-jk_z^{T_i} z_S} + n_x^{T_r} e^{-jk_z^{T_r} z_S} R_{TL} + n_x^{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{TT} \right), \\ f_T^{\mathbf{z},dip} &= j \left( k_z^{T_i} n_z^{T_i} e^{-jk_z^{T_i} z_S} + k_z^{T_r} n_z^{T_r} e^{-jk_z^{T_r} z_S} R_{TL} + k_z^{L_r} n_z^{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{TT} \right). \end{aligned}$$

La fonction de directivité d'un quadripôle de forces associée aux ondes de polarisation longitudinale appliqué en  $S$  s'exprime alors par :

$$\begin{aligned} f_L^S &= f_L^{\mathbf{x},dip} + f_L^{\mathbf{z},dip}, \\ f_L^S &= j \left( \mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{n}_{L_i} e^{-jk_z^{L_i} z_S} + \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{n}_{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{LL} \right). \end{aligned}$$

L'onde transverse résultant de la réflexion avec conversion de mode ne contribue pas à la fonction de directivité de l'onde longitudinale parce que le produit scalaire  $\mathbf{k}_{T_r} \cdot \mathbf{n}_{T_r}$  est égal à zéro, car dans un milieu isotrope le vecteur d'onde d'une onde de cisaillement et son vecteur de polarisation sont orthogonaux. Nous remarquons que dans un milieu isotrope le produit  $\mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{n}_{L_i}$  est égal au produit  $\mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{n}_{L_r}$ . Nous pouvons alors factoriser

l'expression :

$$f_L^S = j\mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{n}_{L_i} \left( e^{-jk_z^{L_i} z_S} + e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{LL} \right). \quad (2.18)$$

La fonction de directivité d'un quadripôle de forces associée aux ondes de polarisation transversale appliqué en  $S$  est :

$$\begin{aligned} f_T^S &= f_T^{\mathbf{x},dip} + f_T^{\mathbf{z},dip}, \\ f_T^S &= j\mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{n}_{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{TL}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

L'onde de cisaillement incidente et l'onde réfléchie sans conversion de mode ne contribuent pas à la génération car  $\mathbf{k}_{T_i} \cdot \mathbf{n}_{T_i} = \mathbf{k}_{T_r} \cdot \mathbf{n}_{T_r} = 0$ . Cette observation illustre le fait qu'une source d'expansion enfouie dans un milieu isotrope ne peut générer que des ondes de compression. Les ondes de cisaillement peuvent se produire uniquement grâce à la présence d'une interface sur laquelle une onde de compression se convertit en une onde de cisaillement suite à une réflexion, d'où la présence du coefficient de réflexion  $R_{TL}$ .

## 2.4.2 Effet de l'enfouissement d'une source d'expansion

Nous étudions maintenant le rayonnement d'une source d'expansion lorsque celle-ci est placée à différentes profondeurs dans le volume du demi-espace. Les résultats sont comparés à ceux obtenus par le modèle de rayon proposé par Jilek et Cervený.<sup>59</sup> Ce modèle est adapté pour simuler le rayonnement d'ondes sismiques par une source d'expansion enfouie située à différentes profondeurs sous la surface de la terre.

### Les ondes de compression

Tout d'abord nous comparons les diagrammes de directivité des ondes de polarisation longitudinale. Pour le calcul nous utilisons les mêmes paramètres que Jilek et Cervený, i.e.  $v_L = 2$  km/s et  $v_T = 1.15$  km/s, ce qui donne un rapport  $v_T/v_L = 0.57$ . Sur la figure [2.10] nous présentons les diagrammes de directivité obtenus pour les rapports  $z_S/\lambda_L = 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.18, 0.21$ . Les deux colonnes de gauche illustrent les diagrammes calculés par Jilek et Cervený et les deux colonnes de droite présentent les résultats du modèle adopté dans ce chapitre. La fréquence utilisée par Jilek et Cervený est très basse, de l'ordre de 30 Hz, car leur modèle est adapté au calcul des ondes élastiques possédant des longueurs d'onde de l'ordre de plusieurs dizaines de mètres. Nous constatons un très bon accord entre les deux modèles, ce qui permet de déduire que le modèle utilisé dans ce chapitre peut être également efficace pour la simulation des ondes sismiques, même si il a été développé pour simuler la génération ultrasonore pour des fréquences de génération beaucoup plus élevées. Nous observons que la source d'expansion située en  $z_S = 0$  ne rayonne pas d'énergie dans la direction normale. Cela est attendu car dans ce cas nous nous plaçons dans le cadre d'une source surfacique de type dipolaire [Fig. 2.7b]. Par opposition, les diagrammes de directivité dépendent considérablement de la profondeur de la source d'expansion  $z_S$ , lorsque celle-ci est plus petite que  $1/4$  de la longueur d'onde acoustique  $\lambda_L$ . Ces observations mettent en évidence la dépendance

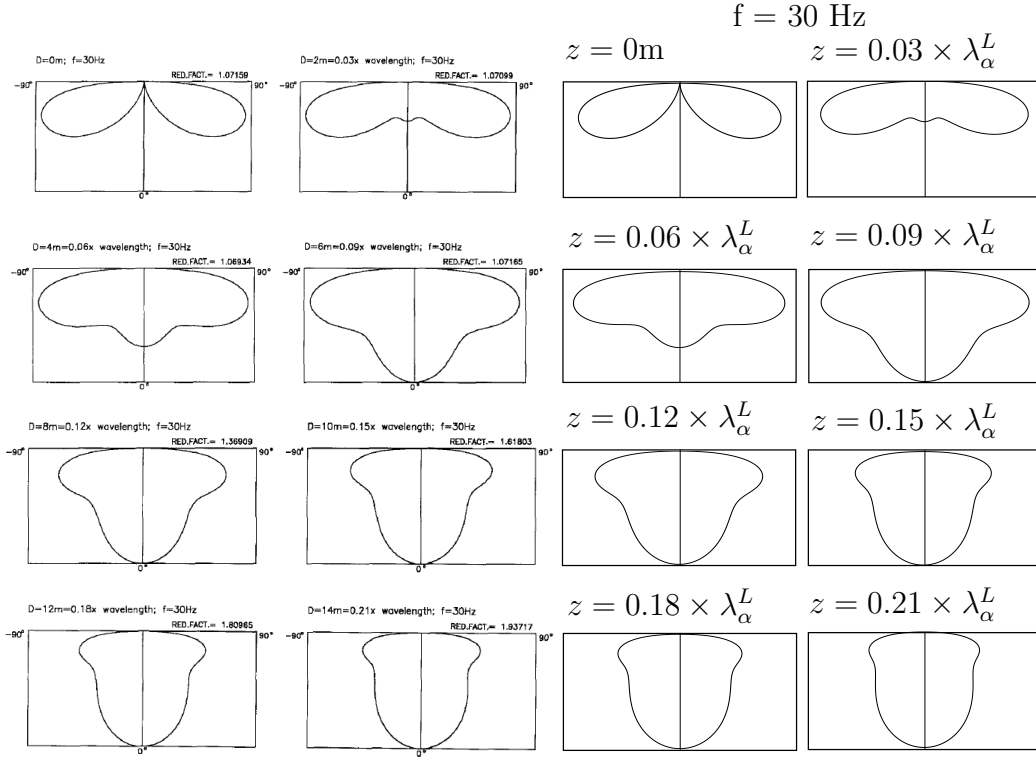


Figure 2  
The radiation patterns of  $P$  waves generated by a buried explosive source (center of dilatation) situated close to the earth's surface. The depth of the source is denoted by  $D$  and varies from 0 m to 14 m. Frequency = 30 Hz.

FIGURE 2.10 – Diagrammes de directivité des ondes de compression générées par une source d'expansion enfouie  $\mathbf{F}^S$  (centre de dilatation) pour différents rapports  $z_S/\lambda_L = 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.18, 0.21$ . Les diagrammes calculés par le modèle adopté dans ce chapitre sont comparés à ceux calculés par Cerverny<sup>59</sup> décrivant le rayonnement d'un champ sismique. Les profondeurs de la source enfouie choisies sont  $z_S = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12$ , et  $14$  en mètres.

fréquentielle des diagrammes de directivité des ondes de compression pour une source enfouie. En regardant l'équation (2.18) nous constatons que la dépendance en fréquence angulaire  $\omega$  et en profondeur  $z_S$  provient par les termes  $e^{-jk_z^L z_S}$  et  $e^{-jk_z^L r}$ .

## Les ondes de cisaillement

Dans la suite, le cas des ondes de cisaillement générées par une source d'expansion située à différentes profondeurs du demi-espace [Fig. 2.11] est traité. Comme pour le cas des ondes de compression, nous avons adopté les paramètres du milieu utilisé par Jilek et Cerverny. La relation (2.19) d'une source de dilatation  $\mathbf{F}^S$  située aux points  $z_S = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12$ , et  $14$  mètres est évaluée. Pour ces points, les rapports entre  $z_S$  et la longueur d'onde de cisaillement sont  $z_S/\lambda_T = 0, 0.0052, 0.104, 0.156, 0.208, 0.2060, 0.312$  et  $0.364$ . L'angle critique pour ce milieu est  $\theta_{cr} = \arcsin(v_T/v_L) = 35^\circ$ . Nous constatons sur la

figure [2.11] le très bon accord entre le modèle utilisé dans ce chapitre et le modèle de rayon utilisé par Jilek et Cervený. Ces diagrammes offrent l'opportunité d'étudier l'effet de l'enfouissement de la source d'expansion sur la génération des ondes de cisaillement. Les courbes montrées sur la figure ne sont pas normalisées afin de comparer l'efficacité de la génération.

Nous observons sur la figure [2.11] que dans les directions comprises entre  $\theta_{cr} = -35^\circ$  et  $\theta_{cr} = 35^\circ$  les diagrammes des ondes de cisaillement sont identiques pour toutes les valeurs de  $z_S$ . Il n'y a pas diminution ou augmentation de l'amplitude lorsque la source d'expansion est plus éloignée de la surface. Nous rappelons que les ondes de cisaillement rayonnées dans ces directions résultent d'une conversion de mode des ondes planes de compression à la surface libre. En effet les ondes planes de compression ne subissent pas une atténuation lorsque la source d'expansion se trouve plus profondément dans le volume du demi-espace.

Les ondes de tête qui se propagent dans la direction  $35^\circ$  possèdent la même amplitude quelle que soit la profondeur de la source. Comme nous avons vu, les ondes de tête sont générées par la superposition des fronts d'ondes de compression rasantes se propageant selon la surface. Cela démontre que l'efficacité de la génération des ondes rasantes d'une source d'expansion est indépendante de la profondeur de la source, comme pour les ondes de compression du volume.

Finalement, l'effet de l'enfouissement de la source est visible sur l'amplitude des lobes secondaires orientés autour de  $60^\circ$  qui diminue pour les sources situées plus loin de la surface du demi-espace. Les ondes de cisaillement dans ces directions résultent de la conversion de mode des ondes de compression évanescentes. La diminution d'amplitude démontre que plus la source est enfouie, moins la source est efficace à la génération des ondes de compression évanescentes. Si maintenant nous considérons que la profondeur  $z_S$  est fixée, et nous faisons varier la longueur d'onde acoustique afin de respecter les mêmes rapports utilisés ici, nous pouvons déduire que la génération des ondes évanescentes est plus efficace pour des très grandes longueurs d'ondes, car pour les grandes longueurs d'onde le rapport  $z_S/\lambda_T$  est très proche de zéro [Fig. 2.11 : voir le diagramme obtenu pour  $z_S = 0$  m].

### 2.4.3 Rayonnement d'une source acoustique distribuée dans le volume du demi-espace

Nous avons présenté dans le paragraphe §(2.4.1) le calcul des fonctions de directivité d'une source d'expansion située dans le volume d'un demi-espace isotrope. Dans ce paragraphe nous appliquons le principe de superposition de façon similaire à celle présentée par Raetz,<sup>64</sup> afin d'obtenir le champ acoustique rayonné par une source distribuée dans le volume du milieu. Le principe de superposition permet de considérer une telle source comme la somme continue de sources d'expansion enfouies. Nous en schématisons le principe sur la figure [2.12]. Une source d'expansion enfouie  $\mathbf{F}^S$  est située au point  $S$ . Sur la gauche de l'image nous visualisons les considérations précédentes : nous prenons en compte la contribution de toutes les sources d'expansion se situant dans la direction de réfraction du faisceau laser, qui est dans notre cas la direction normale. Les fonctions de

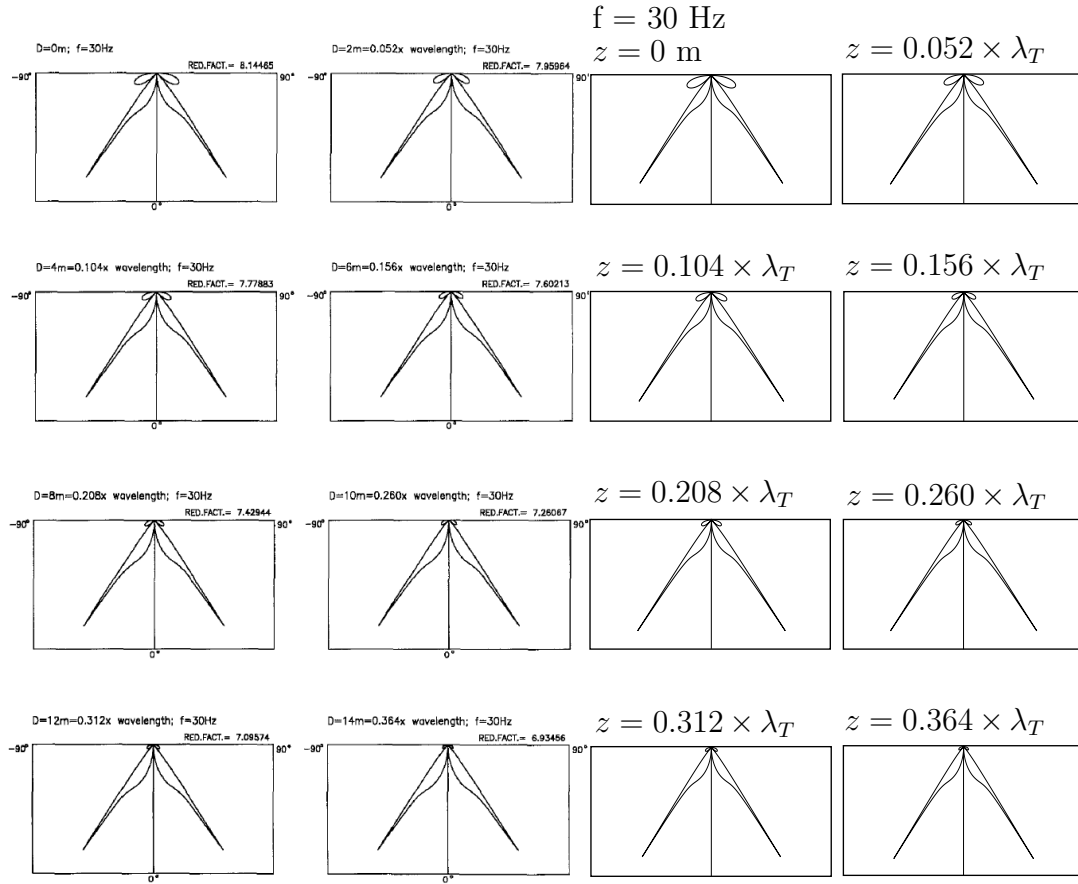


FIGURE 2.11 – Diagrammes de directivité des ondes de cisaillement générées par une source d'expansion enfouie  $F^S$  (centre de dilatation) pour différents rapports  $z_S/\lambda_T = 0, 0.0052, 0.104, 0.156, 0.208, 0.260, 0.312, 0.364$ . Les diagrammes calculés par le modèle utilisé dans ce chapitre (colonne droite) sont comparés à ceux calculés par Cerverny<sup>59</sup> décrivant le rayonnement d'un champ sismique.

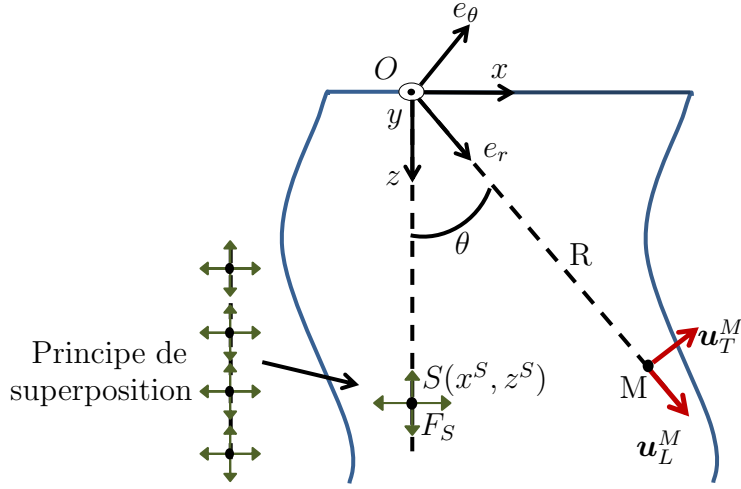


FIGURE 2.12 – Schéma du principe de superposition : une source d'expansion enfouie  $\mathbf{F}^S$ , est située à un point  $S$  du demi-espace et induit un déplacement de polarisation longitudinale  $\mathbf{u}_L^M$  (ou transversale  $\mathbf{u}_T^M$ ) au point  $M$ . Une source acoustique distribuée dans le volume sera modélisée comme la somme de la contribution de chaque source enfouie sur le champ acoustique total rayonné au point  $M$ .

directivité correspondant aux sources d'expansion considérées dans ce paragraphe sont calculées en utilisant les équations (2.18) et (2.19). Toutefois, nous pondérons les fonctions de directivité avec l'amplitude  $\beta e^{-\beta z_S}$  de la source acoustique. L'expression des fonctions de directivité devient :

$$f_L^S = j\beta \left( \mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{n}_{L_i} e^{-jk_z^{L_i} z_S} + \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{n}_{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{LL} \right) e^{-\beta z_S},$$

$$f_L^S = j\beta \mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{n}_{L_i} \left( e^{-jk_z^{L_i} z_S} + e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{LL} \right) e^{-\beta z_S}, \quad (\text{cas isotrope}) \quad (2.20a)$$

$$f_T^S = j\beta \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{n}_{L_r} e^{-jk_z^{L_r} z_S} R_{TL} e^{-\beta z_S}, \quad (2.20b)$$

où le facteur  $\beta e^{-\beta z_S}$  représente l'amplitude de la source acoustique évaluée au point  $z_S$ . Dans la suite nous notons  $f_L^{PO}$  et  $f_T^{PO}$  les fonctions de directivité d'une source distribuée dans le volume du milieu prenant en compte la pénétration optique (PO), respectivement pour les ondes de polarisation longitudinale et transversale. Le calcul des fonctions  $f_L^{PO}$  et  $f_T^{PO}$  revient alors à évaluer la somme continue :

$$f_L^{PO}(\theta) = \int_0^\infty f_L^S(\theta, z_S) dz_S, \quad (2.21a)$$

$$f_T^{PO}(\theta) = \int_0^\infty f_T^S(\theta, z_S) dz_S. \quad (2.21b)$$

Maintenant il suffit d'injecter les équations (2.20a) et (2.20b) dans les équations (2.21a) et (2.21b) respectivement, et d'intégrer sur l'ensemble des sources d'expansion enfouies



dans le demi-espace  $z \in [0, \infty[$ . Ainsi après intégration, les fonctions de directivité d'une source acoustique distribuée dans le volume du milieu sont :

$$f_L^{PO}(\theta) = j\beta \left( \frac{1}{\beta + jk_z^{L_i}(\theta)} \mathbf{k}_{L_i}(\theta) \cdot \mathbf{n}_{L_i}(\theta) + \frac{R_{LL}(\theta)}{\beta + jk_z^{L_r}(\theta)} \mathbf{k}_{L_r}(\theta) \cdot \mathbf{n}_{L_r}(\theta) \right),$$

$$f_L^{PO}(\theta) = j\beta \mathbf{k}_{L_i}(\theta) \cdot \mathbf{n}_{L_i}(\theta) \left( \frac{1}{\beta + jk_z^{L_i}(\theta)} + \frac{R_{LL}(\theta)}{\beta + jk_z^{L_r}(\theta)} \right), \quad (\text{cas isotrope}) \quad (2.22a)$$

$$f_T^{PO}(\theta) = \frac{j\beta R_{TL}(\theta)}{\beta + jk_z^{L_r}(\theta)} \mathbf{k}_{L_r}(\theta) \cdot \mathbf{n}_{L_r}(\theta) \quad (2.22b)$$

Nous remarquons la présence des termes  $\beta$  et  $\omega$  aux numérateurs et dénominateurs de ces expressions. Ces paramètres sont directement liés à l'enfouissement de la source ( $\beta = 1/\xi$ ), et au nombre d'onde ( $\mathbf{k}_{L_i}, \mathbf{k}_{L_r}$ ). Ainsi ils jouent un grand rôle pour la génération d'ondes acoustiques. En outre, comme dans le cas d'une source d'expansion, nous remarquons que la génération d'une onde de polarisation transversale par une source distribuée dans le volume se fait par conversion de mode d'une onde de polarisation longitudinale. Cela se voit clairement dans l'équation (2.22b) où les seuls vecteurs d'onde qui contribuent dans la fonction de directivité des ondes de cisaillement, sont les vecteurs d'onde associés aux ondes de compression.

### Diagrammes de directivité d'une source acoustique distribuée dans le volume d'un demi-espace

Nous appliquons le modèle du paragraphe précédent au cas de la génération acoustique par laser dans un verre neutre. Dans le tableau [2.2] nous reportons les propriétés physiques et optiques pour la série des verres **AB**. La pénétration optique  $\xi$  dans un verre neutre peut atteindre une longueur de l'ordre de plusieurs millimètres. Pour la série des verres **AB** considérés ici la longueur de pénétration optique  $\xi$  varie entre 0.20 mm et 1.35 mm. L'effet de la longueur de pénétration optique sur la génération est crucial car celle-ci détermine la longueur d'onde acoustique générée. Lorsque la quantité  $v_L \tau_p$ <sup>v</sup> est beaucoup plus grande que  $\xi$ , la longueur d'onde acoustique générée est dictée par la durée d'impulsion  $\tau_p$  :  $\lambda_L = v_L \tau_p$ . Au cas contraire où la longueur de pénétration optique  $\xi$  est supérieure à la quantité  $v_L \tau_p$ , la longueur d'onde acoustique générée est dictée par la longueur  $\xi$ . Physiquement, l'onde acoustique qui résulte d'une source distribuée dans une profondeur  $\xi$  consiste alors en une superposition de toutes les ondes générées dans ce volume. Sa longueur d'onde est la longueur admissible fixée par la longueur de pénétration optique. Nous choisissons une fréquence de génération de 5 MHz parce que cette fréquence donne un produit  $v_L \tau_p = 1.1$  mm, et pour les valeurs de pénétration optique dans les verres entre 0.20 mm et 1.35 mm nous permet d'examiner les situations  $v_L \tau_p > \xi$  et  $v_L \tau_p < \xi$ . Les diagrammes de directivité calculés pour ces paramètres sont comparés avec les résultats retrouvés dans la littérature. Nous traitons d'abord les ondes de compression et ensuite les ondes de cisaillement.

---

v. Nous rappelons que  $\tau_p$  désigne la durée d'impulsion du laser.

TABLE 2.2 – Propriétés physiques du verre neutre

Type de verre	Longueur de pén. optique (mm)	Célérité acoustique (m s <sup>-1</sup> )		Coeff. de Poisson
	Pour $\lambda_{opt} = 1.06 \mu\text{m}$	long.	transv.	
AB-5	1.35			
AB-6	0.78			
AB-8	0.41	5400	3200	0.23
AB-9	0.20			

### Les ondes de compression

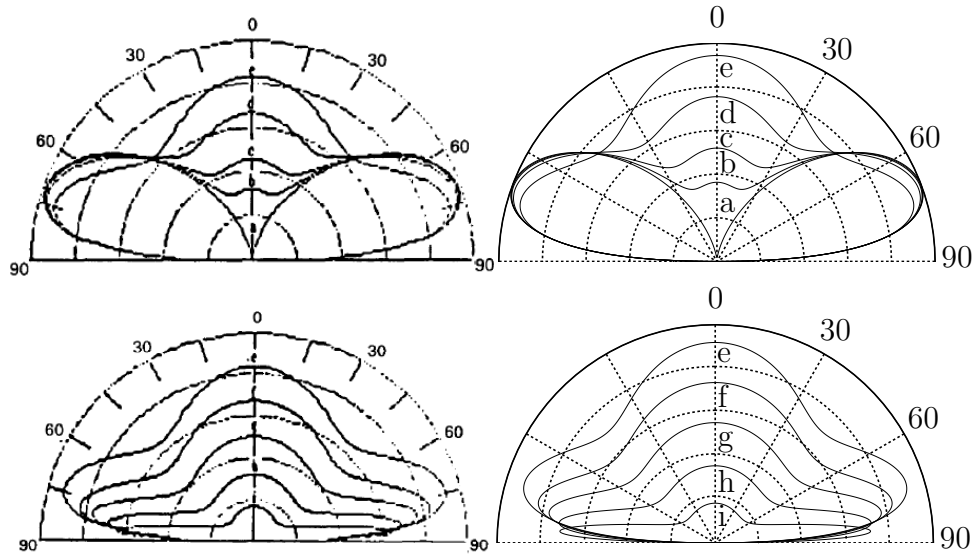
Les diagrammes de directivité obtenus pour le cas de génération dans la série **AB** des verres neutres semi-transparents sont comparés avec ceux extraits de l'article d'Yuhai.<sup>52</sup> Dans cet article Yuhai présente les diagrammes de directivité mesurés et calculés par un modèle basé sur la méthode de Miller et Pursey.<sup>47</sup> Il considère la génération par un laser Nd:Yag dans les verres neutres dont les propriétés sont données dans le tableau [2.2].

Tout d'abord nous nous intéressons à l'effet du rapport entre le nombre d'onde et le coefficient d'absorption optique  $k_L/\beta$  sur les diagrammes de directivité. Sur la figure [2.13] nous exposons les directivités calculées pour les rapports  $k_L/\beta$  : (a) 0.01, (b) 0.2, (c) 0.3, (d) 0.5, (e) 1, (f) 2, (g) 3, (h) 5, (i) 10. Nous constatons que les résultats sont en très bon accord et que l'augmentation de pénétration optique a une forte influence sur les directions de rayonnement des ondes acoustiques.

Lorsque la pénétration optique est petite devant la longueur d'onde acoustique (courbe (a)) le diagramme obtenu est très similaire à celui du cas de la génération par une source surfacique en régime dipolaire. Pour des sources acoustiques enfouies plus profondément dans le demi-espace (courbes (b), (c), (d), (e)) nous observons une génération favorisée dans la direction normale qui peut s'expliquer par la superposition constructive des fronts d'ondes dans cette direction. Lorsque nous diminuons la longueur d'onde et que le rapport  $k_L/\beta$  devient supérieur à 1, l'amplitude des ondes de compression générées dans l'ensemble des directions diminue. De plus, la superposition des sources acoustiques d'expansion dans la direction normale du volume du milieu présente une particularité : l'amplitude diminue dans cette direction, et la génération d'ondes de compression est clairement privilégiée à 90° (courbe (i)). Le modèle utilisé ici est donc capable de décrire de nombreux cas de génération dictés par des rapports  $k_L/\beta$  différents. Enfin, les calculs convergent vers les directivités du régime dipolaire dès lors que  $k_L/\beta \rightarrow 0$ .

### Les ondes de cisaillement

Nous effectuons maintenant une étude similaire pour les ondes de polarisation transversale. Dans la figure [2.14], nous traçons les diagrammes de directivité pour trois valeurs du rapport  $k_T/\beta$  : (a) 0.01, (b) 1, (c) 6.28, où  $k_T$  est le nombre d'onde des ondes de polarisation transversale. Sur la colonne de gauche les résultats extraits de l'article de Yuhai<sup>52</sup>



**Figure 9** Variation of the longitudinal directivity pattern with  $k_L/b$  for  $k_L/b < 1$  and Poisson's ratio  $\sigma = 0.23$ .  $k_L/b$  are, respectively, (a) 0.01; (b) 0.2; (c) 0.3; (d) 0.5; (e) 1; (f) 2; (g) 3; (h) 5; (i) 10

FIGURE 2.13 – Diagrammes de directivité des ondes de compression calculées dans un verre neutre en prenant en compte la pénétration optique. Sur la colonne de gauche nous présentons les résultats extraits de l'article de Yuhai.<sup>52</sup> Sur la colonne de droite nous exposons les résultats obtenus par le modèle de Raetz,<sup>64</sup> adopté dans ce chapitre. Les courbes présentées sont calculées pour différentes valeurs du ratio  $k_L/\beta$  : (a) 0.01, (b) 0.2, (c) 0.3, (d) 0.5, (e) 1, (f) 2, (g) 3, (h) 5, (i) 10.

sont reportés. La colonne de droite présente les diagrammes de directivité calculés par le modèle utilisé dans ce chapitre. Nous observons que l'augmentation du rapport  $k_T/\beta$  n'a pas une grande influence sur les diagrammes de directivité des ondes de cisaillement. Cependant nous pouvons identifier quelques variations des diagrammes pour les différents rapports considérés. Les lobes primaires semblent inchangés autour de la direction de l'angle critique  $\theta_{cr} = 36^\circ$ , mais entre  $0^\circ$  et  $30^\circ$  une faible décroissance en amplitude est constatée. Toutefois, l'effet de l'augmentation du rapport est plus visible sur les lobes secondaires orientés à  $65^\circ$  : leur amplitude diminue fortement lorsque le rapport  $k_T/\beta$  augmente.

Comme les ondes de cisaillement résultent de la conversion de mode des ondes de compression, suite à une réflexion à la surface, nous pouvons analyser le comportement des diagrammes des ondes de cisaillement en parallèle avec le comportement des ondes de compression. Pour un rapport  $k_T/\beta$  considéré, nous obtenons le rapport  $k_L/\beta$  qui correspond aux ondes de compression par l'expression :

$$\frac{k_T}{\beta} = \frac{v_T}{v_L} \frac{k_L}{\beta}, \quad (2.23)$$

Pour les rapports  $k_T/\beta = 0.01, 1, 6.28$  utilisés dans la figure [2.14] nous obtenons par la relation (2.23) les rapports  $k_L/\beta = 0.006, 0.6, 3.7$  qui sont utilisés pour tracer respectivement les courbes (a), (d), (g) sur la figure [2.13].

Entre les directions  $0^\circ$  et  $50^\circ$  les ondes de compression présentent une augmentation d'amplitude, comme le montrent les courbes (a) et (d) de la figure [2.13]. L'augmentation d'amplitude des ondes de compression entraîne une diminution de l'amplitude des ondes de cisaillement (courbes (a) et (b) Fig. [2.14]) entre  $0^\circ$  et  $\theta_{cr} = 36^\circ$ . La diminution d'amplitude des ondes de cisaillement est plus évidente sur les lobes secondaires. Dans ces directions les ondes de compression évanescents sont responsables de la génération d'ondes de cisaillement par conversion de mode. Nous avons vu dans le paragraphe §(2.4.2) que les ondes de compression évanescents de grandes longueurs d'onde sont associées aux sources d'expansion plus proches de la surface, et celles des petites longueurs d'onde sont associées aux sources d'expansion les plus éloignées de la surface, donc les sources qui sont moins énergétiques.

Puis, en regardant la courbe (c) de la figure [2.14] nous observons que l'amplitude dans toutes les directions diminue alors que l'amplitude dans la direction de l'angle critique (ondes de tête) reste de même niveau. Cela peut également s'expliquer en regardant les diagrammes d'ondes de compression. Nous observons que lorsque le rapport  $k_L/\beta$  augmente, le rayonnement se fait dans les grands angles, parallèlement à la surface. C'est à dire que les ondes de compression principalement générées sont désormais des ondes rasantes se propageant selon la surface. Les ondes de tête qui sont générées par la conversion de mode des ondes rasantes conservent alors leur amplitude. En même temps, les ondes de compression de volume et évanescents responsables de la génération d'ondes de cisaillement dans les autres directions ne sont plus générées.

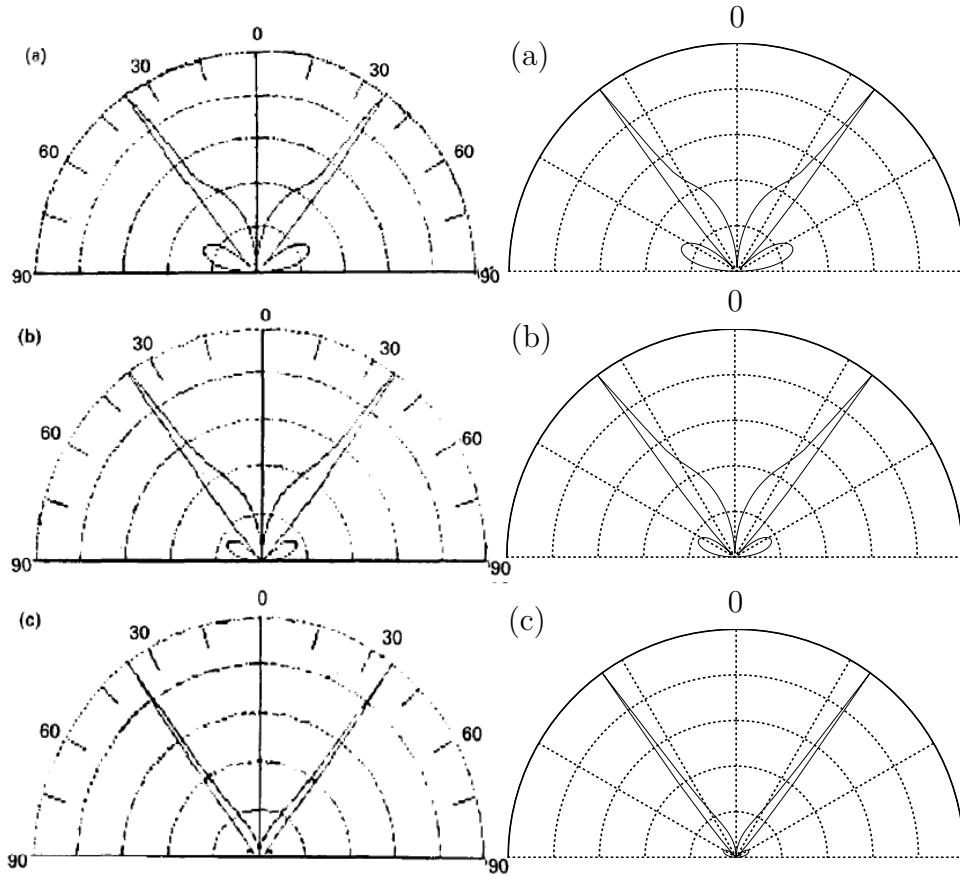


FIGURE 2.14 – Variation de diagrammes de directivité calculés dans un verre neutre en fonction du rapport  $k_T/\beta$ . Les valeurs du rapport sont respectivement : (a) 0.1, (b) 1, (c) 6.28. Sur la colonne de gauche nous exposons les résultats de Yuhai,<sup>52</sup> et sur la colonne de droite les résultats reproduits par le modèle utilisé dans ce chapitre.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les diagrammes de directivité d'une source acoustique générée par laser dans un demi-espace homogène et isotrope. D'abord, la fonction de directivité d'une source acoustique surfacique générée par une force d'orientation quelconque appliquée sur la surface a été évaluée. A partir de ce calcul nous avons calculé les fonctions de directivité d'une source acoustique en régime d'ablation et en régime dipolaire thermoélastique. Ces sources sont respectivement modélisées par une force appliquée dans la direction normale en surface et un dipôle des forces d'orientation parallèle en surface. Inspirés par la fonction de directivité  $f^{x,dip}$  d'un dipôle des forces orienté selon l'axe  $x$ , nous avons déduit la fonction de directivité d'un dipôle orienté selon l'axe  $z$ ,  $f^{z,dip}$ . Puis, la fonction de rayonnement  $f^S$  d'une source d'expansion (centre de dilatation) se situant à un point  $S$  quelconque du demi-espace est obtenue par la sommation des fonctions  $f^{x,dip}$  et  $f^{z,dip}$ . Nous avons pu valider les diagrammes de directivité d'une telle source en les comparant au modèle proposé par Jilek et Cervený,<sup>59</sup> développé pour calculer le champ de déplacement provoqué par une onde sismique. Ce modèle est basé sur l'approximation d'ordre zéro de la méthode des rayons.

Ensuite en appliquant le principe de superposition nous avons calculé les diagrammes de directivité d'une source acoustique distribuée dans le volume. La fonction de directivité d'une telle source résulte de la sommation continue des fonctions de directivité associées aux sources d'expansion situées dans la direction de diffraction du faisceau laser.<sup>64</sup> Nous avons utilisé les mêmes paramètres utilisés par Yuhai<sup>52</sup> pour les expériences et les calculs de génération dans la série **AB** des verres neutres. La reproduction à l'identique des résultats pour des rapports  $k_{L,T}/\beta$  variables confirme la pertinence du modèle utilisé dans ce chapitre.

Les modèles de génération mentionnés ci-dessus nous permettent de mieux interpréter la génération ultrasonore par laser dans un milieu isotrope. L'expression d'une fonction de directivité associée à une source enfouie met en évidence que dans un milieu isotrope la génération d'une onde de cisaillement provient de la conversion de mode d'une onde de compression suite à une réflexion sur la surface. Plus précisément, les ondes de cisaillement rayonnées dans les directions sur-critiques résultent de la conversion de mode des ondes de compression évanescences. Les ondes de tête se propageant dans la direction de l'angle critique résultent de la superposition des fronts d'ondes de compression rasantes. Finalement, pour des angles sous-critiques, les ondes de polarisation transversale proviennent de la réflexion des ondes de compression de volume.<sup>20</sup>

De plus, il a été illustré que la profondeur de la source d'expansion entraîne des variations sur les diagrammes de directivité. Par conséquent, les diagrammes de directivité d'une source distribuée dans le volume, résultant d'une superposition des sources enfouies, sont sensibles à la longueur de pénétration optique. Pour les ondes de compression nous avons constaté que pour un rapport  $k_L/\beta$  croissant jusqu'à  $k_L/\beta \approx 1$  les directivités autour de la direction normale augmentent tandis que pour les plus grands angles il n'y a pas d'effet majeur sur l'amplitude. Pour un rapport  $k_L/\beta$  croissant et plus grand que 1 nous observons une diminution à l'amplitude dans toutes les directions. De plus l'augmentation de la longueur de pénétration optique favorise l'émission des ondes de compression dans les directions parallèles à la surface. La même étude pour les ondes

de cisaillement montre que lorsque le rapport  $k_T/\beta$  augmente, seules les ondes se propageant à  $\pm 60^\circ$  présentent une forte variation. Cela est attribué au fait que les ondes de compression évanescentes qui sont responsables de la génération des ondes de cisaillement aux grands angles, sont générées par les sources enfouies les plus éloignées de la surface, donc elles sont moins énergétiques.<sup>64</sup>

Dans le chapitre qui suit nous considérons que la surface du demi-espace défini par les axes  $x$  et  $z > 0$  utilisé dans ce chapitre, est chargée par un autre demi-espace défini par les axes  $x$  et  $z < 0$ . Nous étudions ainsi l'émission des ondes acoustiques dans les deux milieux pour des sources acoustiques situées sur l'interface, ou dans les volumes de deux demi-espaces joints. Il s'agit d'une étape intermédiaire nécessaire pour la compréhension des mécanismes intervenant à la génération en présence d'une interface séparant deux milieux de propriétés élastiques différentes, avant de considérer que le demi-espace est chargé par une couche.

## Chapitre 3

# Rayonnement d'une source acoustique située à l'interface entre deux demi-espaces transparent et semi-transparent, isotropes et homogènes

### Introduction

Dans le deuxième chapitre nous avons exposé une méthode de calcul du rayonnement d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence normale dans un milieu homogène isotrope. Les modèles présentés au deuxième chapitre ont été développés lors des travaux de thèses antérieurs<sup>58,20</sup> au sein du laboratoire I2M. Ces diagrammes de directivité ont notamment servi à l'analyse et l'interprétation des mécanismes de génération des ondes de compression et de cisaillement.

Dans ce chapitre nous utilisons le formalisme présenté précédemment et nous l'étendons afin de calculer les fonctions de directivité d'une source linéique située à l'interface entre deux demi-espaces homogènes et isotropes, ou d'une source distribuée dans le volume d'un des deux demi-espaces. Tout d'abord, un demi-espace est considéré comme transparent et l'autre opaque. Un milieu est caractérisé transparent si la radiation électromagnétique traversant son volume n'est pas absorbée. Dans ce cas nous considérons que son coefficient d'absorption  $\beta$  est égal à zéro. La différence essentielle entre le modèle présenté dans le deuxième chapitre et le modèle exposé ici, réside dans le fait que le demi-espace dans lequel l'absorption optique se produit (le demi-espace opaque ou semi-transparent) est désormais chargé élastiquement par un demi-espace transparent. Comme nous allons voir dans la suite, le chargement par un autre milieu élastique modifie les conditions aux limites à la surface du milieu : les conditions ne sont plus les conditions d'une surface libre.

Ce travail constitue une étape intermédiaire nécessaire avant d'envisager au chapitre suivant le cas du rayonnement d'une source acoustique située à l'interface d'une couche



élastique sur un substrat semi-infini. Cependant, l'importance du travail exposé dans ce chapitre ne se limite pas à cela. La radiation acoustique d'une source agissant sur l'interface de deux milieux est également un objet d'étude intéressant pour d'autres domaines d'applications.

Assez récemment l'évaluation des propriétés des matériaux sous haute pression a attiré l'intérêt d'un nombre croissant de chercheurs. La détermination des vitesses acoustiques et des propriétés élastiques des solides ou des liquides fournit un outil important pour compléter les modèles en géophysique. Il s'agit d'utiliser une cellule à enclume de diamant afin de reproduire les conditions de pression et de température rencontrées dans le manteau et le noyau terrestre. Un exemple typique est la mesure de propriétés acoustiques du fer compressé jusqu'à 152 GPa comme présenté par Decremps.<sup>68</sup> L'étude du fer sous pression est d'intérêt fondamental car il forme la composante principale du noyau de la terre et aussi de plusieurs planètes dans l'univers. Le principe de la méthode est l'utilisation des diamants comme enclumes. Les caractéristiques de résistance à la compression du diamant permettent de reproduire tout le domaine de pression et de température retrouvé à l'intérieur de la Terre et des planètes telluriques, qui sont pour donner un ordre d'idée des pressions jusqu'à 500 GPa et des températures pouvant atteindre 5000 K. Le diamant étant transparent pour une grande partie du spectre électromagnétique,<sup>i</sup> il permet l'accès du faisceau du laser à la surface du matériau sous étude afin de mesurer ses propriétés acoustiques.

Dans ce contexte, nous pouvons trouver dans la littérature des modèles étudiant la génération des ondes ultrasonores par laser dans une cellule à enclumes de diamant. Pour la première fois en 2012, un modèle numérique a été proposé par Feng<sup>69</sup> pour étudier la génération ultrasonore par laser à l'interface diamant/aluminium. Nikitin<sup>70</sup> un peu plus tard a proposé un modèle analytique pour calculer les diagrammes de directivité d'un champ acoustique émis par une source localisée à l'interface diamant/fer et diamant/aluminium. Les expressions des fonctions de directivité sont obtenues comme les cas particuliers du cas général d'un champ acoustique généré par l'irradiation laser dans un milieu multicouche.<sup>71</sup> Le travail de Nikitin sert dans la suite comme référence, afin de confirmer notre modèle du calcul des diagrammes de directivité par réciprocité.

Dans ce chapitre nous présentons un modèle inédit permettant de calculer par réciprocité les expressions des fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement d'une source acoustique distribuée dans le volume d'un milieu semi-transparent lorsque celui-ci est chargé par un demi-espace transparent. Nous commençons par une présentation de la géométrie et des hypothèses du modèle (section 3.1). Ensuite, dans la section 3.2 nous exposons le principe du calcul des fonctions de directivité associées à une force d'orientation quelconque appliquée à l'interface entre deux demi-espaces. Puis, la section 3.3 est dédiée au calcul des diagrammes de directivité résultant du rayonnement d'une source acoustique générée à l'interface entre un milieu transparent et un milieu opaque suite à l'absorption de l'énergie électromagnétique dans le dernier. Finalement, sur la base du calcul précédent nous calculons les diagrammes de directivité d'une source distribuée dans le volume d'un des deux milieux (section 3.4) et nous étudions l'effet de l'impédance acoustique sur les diagrammes de directivité et sur l'efficacité de la

---

i. Les lasers typiquement utilisés sont les CO<sub>2</sub> à  $\lambda_{opt} = 9.4 \mu\text{m}$ , et Ti:sapphire à  $\lambda_{opt} = 800 \text{ nm}$ .

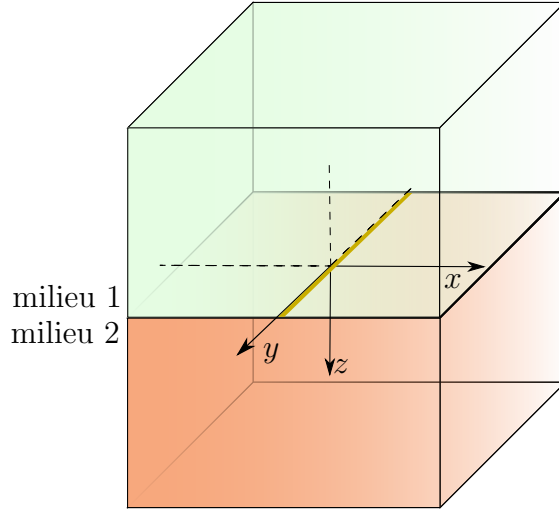


FIGURE 3.1 – Présentation de la géométrie considérée dans ce chapitre. Le demi-espace défini par  $z \geq 0$  représente le milieu opaque, et le demi-espace défini par  $z < 0$  représente le milieu transparent.

génération.

### 3.1 Description de la géométrie et des hypothèses

Dans ce chapitre les milieux considérés sont isotropes. Le milieu occupant le demi-espace  $z < 0$  est transparent, noté par suite milieu 1. Le milieu 2 dans notre modèle peut être considéré comme opaque ou semi-transparent. Dans la première partie de ce chapitre, nous faisons le choix de se limiter au cas de génération dans une structure transparent/opaque pour comparer les résultats avec les modèles existant dans la littérature. Le milieu opaque occupe le demi-espace  $z > 0$ . Nous notons les masses volumiques du milieu 1 et du milieu 2 respectivement  $\rho_1, \rho_2$ . Sur la figure [3.1] la géométrie utilisée dans ce chapitre est présentée. Un laser rayonne du côté du milieu transparent. Le faisceau du laser traverse le milieu 1 et il est incident sur l'interface en  $z = 0$ . Ainsi, le milieu 2 absorbe une partie de la radiation électromagnétique. Le faisceau laser est focalisé selon une ligne suivant l'axe  $y$ . Comme nous avons vu dans le deuxième chapitre, pour le cas d'un milieu opaque, la source acoustique générée par un tel type de radiation est localisée sur la surface. Maintenant, par analogie nous considérons que la source est localisée à l'interface du milieu 1 et du milieu 2. Ainsi la source acoustique linéique est aussi orientée selon l'axe  $y$  et nous pouvons réduire les variables spatiales dans le plan principal  $(x, z)$ . Dans la suite du chapitre nous utilisons aussi le repère polaire  $(O, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ .

## 3.2 Principe du calcul des directivités d'une source acoustique générée par une force appliquée à l'interface entre deux demi-espaces élastiques, isotropes et homogènes

Dans cette section le champ acoustique émis par une source générée suite à l'absorption optique dans le milieu opaque est décrit. Nous rappelons que cette source rayonne dans toutes les directions. Ainsi, pour décrire complètement l'émission des ondes acoustiques par une telle source il faut étudier les diagrammes de directivité évalués dans le milieu où se situe la source (milieu d'incidence), et également dans le milieu limitant le milieu d'absorption. Le paragraphe §(3.2.1) dans cette section est consacré à la description de l'application du théorème de réciprocité dans la géométrie considérée dans ce chapitre. Ensuite, le calcul des coefficients de réflexion et transmission d'ondes interagissant avec l'interface est exposé et discuté dans le paragraphe §(3.2.2). Puis, les fonctions de directivité pour les ondes émises dans le milieu 1 et le milieu 2 sont données pour les ondes de compression et de cisaillement respectivement dans les paragraphes §(3.2.3) et §(3.2.4).

### 3.2.1 Application du théorème de réciprocité pour une force appliquée à l'interface entre deux demi-espaces

En utilisant la même notation et en suivant la même démarche que dans le deuxième chapitre, nous considérons dans un premier temps l'application d'une force  $\mathbf{F}^O$  à un point  $O$  de la surface du demi-espace absorbant l'énergie électromagnétique, c'est-à-dire l'interface séparant les deux milieux. Le rayonnement de la source dans chaque milieu doit être traité séparément. Par conséquent deux problèmes physiques et réciproques sont considérés. Nous décrivons la méthode concernant le calcul des déplacements des ondes de polarisation longitudinale. L'énoncé des deux problèmes physiques est : soit une force  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$ , nous cherchons à évaluer les déplacements  $u_L^M$  et  $u_L^{M'}$  du vecteur de déplacement  $\mathbf{u}(M)$  et  $\mathbf{u}(M')$  générés respectivement au point  $M$  du milieu 2 et  $M'$  du milieu 1. Le problème réciproque associé au premier problème physique est de considérer une force  $\mathbf{F}^M$  appliquée au point  $M$  du milieu 2 qui génère un déplacement  $\mathbf{u}(O)$  au point  $O$ . Le problème réciproque associé au deuxième problème physique est de considérer une force  $\mathbf{F}^{M'}$  appliquée cette fois au point  $M'$  du milieu 1. Ensuite, la méthodologie suivie dans le paragraphe §(2.2.1) du deuxième chapitre permet d'évaluer les amplitudes  $u_L^M$  et  $u_L^{M'}$  initialement recherchées. Les problèmes physiques et réciproques sont schématisés sur la figure [4.2].

La force considérée dans les problèmes réciproques génère une onde  $\mathbf{u}_{L_i}$  incidente à l'interface, deux ondes  $\mathbf{u}_{T_r}, \mathbf{u}_{L_r}$  réfléchies et deux ondes  $\mathbf{u}_{T_t}, \mathbf{u}_{L_t}$  réfractées avec et sans conversion de mode. Dans tout ce qui suit, l'indice  $r$  se réfère aux ondes réfléchies et l'indice  $t$  aux ondes transmises. L'amplitude des ondes réfléchies et réfractées est exprimée au travers des coefficients de réflexion et transmission, dont nous détaillons le calcul dans le paragraphe §(3.2.2). La projection selon  $\mathbf{x}$  du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_{L_i}$  de l'onde incidente

(a) Rayonnement dans le milieu 2

(b) Rayonnement dans le milieu 1

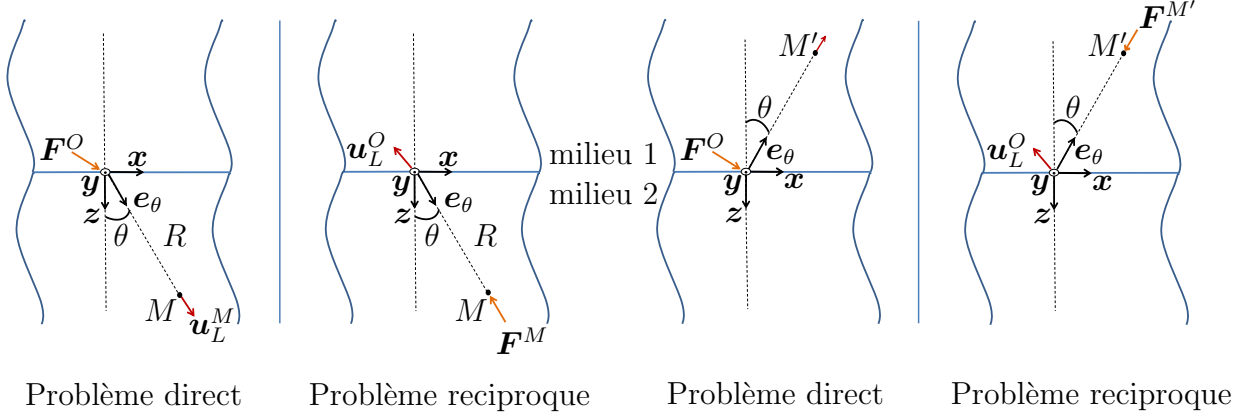


FIGURE 3.2 – Description du problème direct et réciproque d’une source se situant à l’interface au point  $O$ , rayonnant des ondes acoustiques (a) dans le milieu 2, (b) dans le milieu 1.

$u_{L_i}$  est notée  $k_x$ , et elle est commune aux vecteurs d’onde  $\mathbf{k}_{L_r}$ ,  $\mathbf{k}_{T_r}$ ,  $\mathbf{k}_{L_t}$ ,  $\mathbf{k}_{T_t}$  des ondes  $u_{L_r}$ ,  $u_{T_r}$ ,  $u_{L_t}$  et  $u_{T_t}$ . La projection du vecteur d’onde  $\mathbf{k}_{L_i}$  selon  $z$  est notée  $k_z^{L_i}$ . Les projections selon  $z$  d’autres vecteurs d’onde sont définies respectivement par  $k_z^{L_r}$ ,  $k_z^{T_r}$ ,  $k_z^{L_t}$ , et  $k_z^{T_t}$  et elles sont calculées en appliquant le théorème de Pythagore de même façon qu’au deuxième chapitre (cf. page 42). Ainsi les vecteurs d’onde  $\mathbf{k}^{L_r}$ ,  $\mathbf{k}^{T_r}$ ,  $\mathbf{k}^{L_t}$ ,  $\mathbf{k}^{T_t}$ , sont entièrement déterminés.

### 3.2.2 Calcul des coefficients de réflexion et transmission d’un problème à 5 ondes

Une onde  $u_i$  monochromatique incidente à l’interface entre deux milieux isotropes, donne naissance à deux ondes de chaque côté de l’interface. Le problème de la réflexion et la réfraction d’une onde incidente à l’interface est alors analysé dans ce paragraphe. Les amplitudes sont liées à l’amplitude de l’onde incidente par l’intermédiaire des coefficients de réflexion  $R_{LL}^{22}$ ,  $R_{LT}^{22}$  et transmission  $T_{LL}^{21}$ ,  $T_{LT}^{21}$ . L’exposant  $(^{22})$  désigne une onde incidente dans le deuxième milieu qui est réfléchi dans le même milieu et l’exposant  $(^{21})$  indique une onde incidente dans le deuxième milieu qui est transmise dans le premier milieu.

Le calcul des coefficients concernant une onde incidente de polarisation longitudinale est détaillé ici. Les coefficients pour une onde de polarisation transversale sont calculés en suivant la même démarche. Lorsque deux demi-espaces sont en contact parfait les conditions aux limites à considérer sont la continuité des déplacements et la continuité des contraintes à l’interface. Celle-ci est placée en  $z = 0$  pour la géométrie considérée dans ce chapitre. Nous considérons les conditions aux limites ci-dessous :

Continuité de la composante normale du déplacement :

$$u_z^{L_i} + u_z^{L_r} + u_z^{T_r} \Big|_{z=0} = u_z^{L_t} + u_z^{T_t} \Big|_{z=0}, \quad (3.1a)$$

Continuité de la composante tangentielle du déplacement :

$$u_x^{L_i} + u_x^{L_r} + u_x^{T_r} \Big|_{z=0} = u_x^{L_t} + u_x^{T_t} \Big|_{z=0}, \quad (3.1b)$$

Continuité de la contrainte suivant l'axe  $z$  :

$$\sigma_{zz}^{L_i} + \sigma_{zz}^{L_r} + \sigma_{zz}^{T_r} \Big|_{z=0} = \sigma_{zz}^{L_t} + \sigma_{zz}^{T_t} \Big|_{z=0}, \quad (3.1c)$$

Continuité de la contrainte suivant l'axe  $x$  :

$$\sigma_{xz}^{L_i} + \sigma_{xz}^{L_r} + \sigma_{xz}^{T_r} \Big|_{z=0} = \sigma_{xz}^{L_t} + \sigma_{xz}^{T_t} \Big|_{z=0}. \quad (3.1d)$$

Les équations (3.1) forment un système linéaire  $A\mathbf{x} = b$ , où  $A$  est une matrice de taille  $4 \times 4$ ,  $b$  est un vecteur de taille  $4 \times 1$ , et  $\mathbf{x}$  est le vecteur dont les composantes sont les quatre coefficients  $R_{LL}^{22}, R_{LT}^{22}, T_{LL}^{21}, T_{LT}^{21}$  inconnus. Maintenant, une discussion sur les coefficients de réflexion et transmission calculés pour différents couples des matériaux, présentant des caractéristiques intéressantes est évoquée.

### Discussion sur les coefficients de réflexion

Dans le deuxième chapitre la réflexion d'une onde de polarisation longitudinale ou transversale à la surface libre d'un demi-espace a été traitée. Nous avons vu que les coefficients de réflexion sont fortement affectés par la présence de l'angle critique  $\sin \theta_{cr} = v_T/v_L$ , où  $v_L, v_T$  sont les célérités acoustiques du milieu d'incidence. Le cas de l'interaction d'une onde à l'interface entre deux demi-espaces s'avère un peu plus complexe. Le contraste de vitesses acoustiques dans les deux milieux peut introduire plusieurs angles critiques. Dans ce paragraphe nous discutons les différents cas possibles. Notons  $v_L^i, v_T^i$  la vitesse des ondes de polarisation longitudinale et transversale dans le milieu d'incidence, et  $v_L^a, v_T^a$  les vitesses acoustiques respectives dans le demi-espace adjacent. Ainsi, les coefficients  $R_{LL}^{ii}, R_{LT}^{ii}, R_{TT}^{ii}, R_{TL}^{ii}$  désignent les coefficients de réflexion des ondes de compression ou de cisaillement dans le milieu d'incidence, et  $T_{LL}^{ia}, T_{LT}^{ia}, T_{TT}^{ia}, T_{TL}^{ia}$  les coefficients de transmission vers le milieu adjacent.

Pour le cas d'une onde de compression incidente, si les célérités d'ondes longitudinales dans les deux milieux respectent l'inégalité  $v_L^i > v_L^a$  alors il n'existe pas d'angle critique. Un tel cas est montré sur la figure [3.3]. La phase et l'amplitude du coefficient de réflexion sans conversion de mode pour une onde longitudinale incidente à l'interface diamant/fer, avec  $v_L^i = 18 \text{ mm}/\mu\text{s} > v_L^a = 5.9 \text{ mm}/\mu\text{s}$  sont présentées respectivement sur les figures [3.3a] et [3.3b]. Sur la figure [3.4] les courbes de lenteur associées à l'interface diamant/fer sont exposées. Nous avons vu dans le deuxième chapitre que les coefficients de réflexion deviennent imaginaires pour des angles d'incidence sur-critiques. Ici, comme il n'y a pas d'angle critique, le coefficient  $R_{LL}^{ii}$  est réel pour tous les angles d'incidence  $\theta_i$ . La figure [3.3a] montre que la phase vaut zéro ou  $180^\circ$  car le coefficient est purement réel. D'ailleurs, comme évoqué dans le deuxième chapitre et le paragraphe §(2.2.4), lorsque le ratio  $v_T^i/v_L^i$  est supérieur à 0.55 le coefficient de réflexion vaut zéro pour deux angles d'incidence. Pour le milieu d'incidence considéré ici, le rapport est  $v_T^i/v_L^i = 0.75$ . Les angles pour lesquels  $R_{LL}^{ii}$  vaut zéro sont  $24.7^\circ$  et  $71^\circ$ . Pour ces angles d'incidence il n'y a pas réflexion sans conversion de mode : l'onde est réfléchie avec conversion de mode ou elle est transmise dans le fer avec et sans conversion de mode. Dans le diagramme de phase, la valeur zéro se traduit par un saut de phase de  $\pi$ .

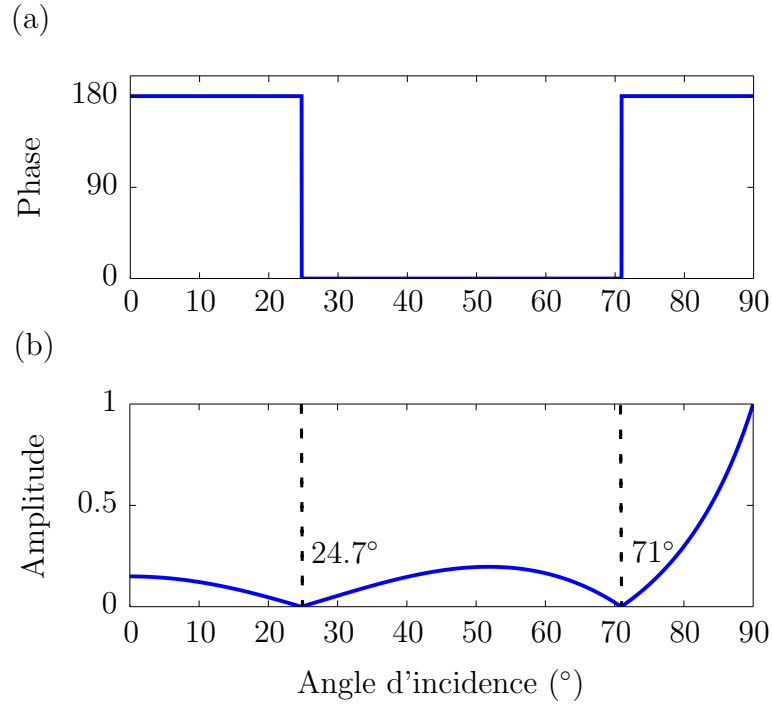


FIGURE 3.3 – (a) Argument et (b) amplitude du coefficient de réflexion  $R_{LL}^{ii}$  à l'interface diamant/fer.

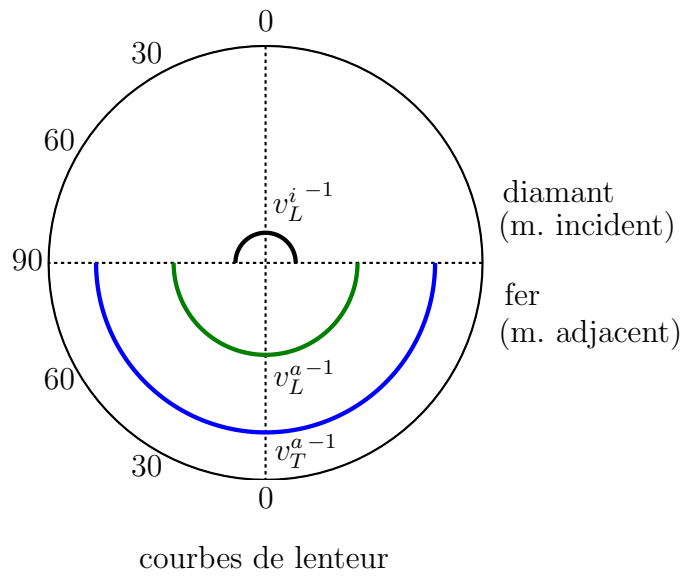


FIGURE 3.4 – Courbes de lenteur associées à l'interface diamant/fer. Ici le milieu d'incidence est le diamant, et l'onde incidente est de polarisation longitudinale.

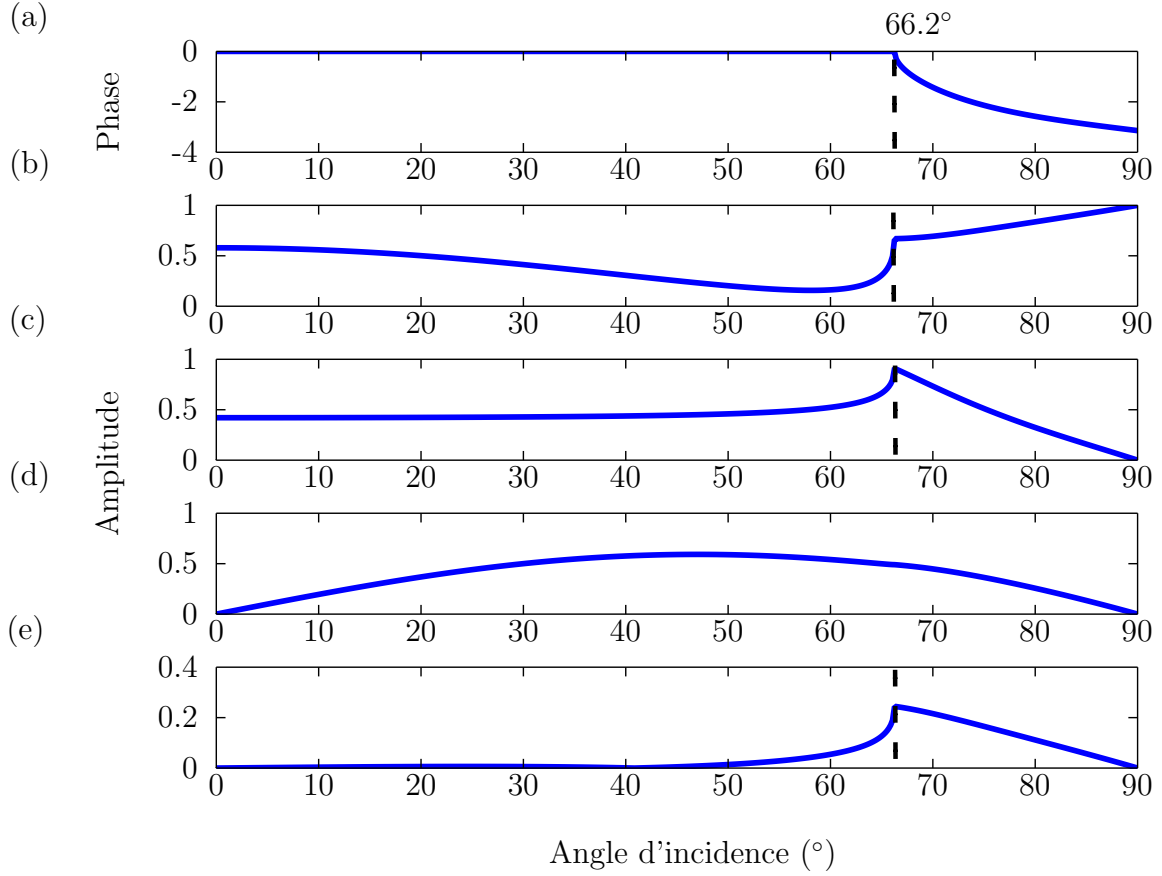


FIGURE 3.5 – (a) Argument et (b) amplitude du coefficient  $R_{LL}^{ii}$ . Amplitude des coefficients (c)  $T_{LL}^{ia}$ , (d)  $R_{LT}^{ii}$ , (e)  $T_{LT}^{ia}$  en fonction de l'angle d'incidence.

Par suite, nous considérons toujours une onde incidente de polarisation longitudinale et la relation entre les vitesses de deux milieux  $v_L^i < v_L^a$ . Dans ce cas il existe au moins un angle critique défini par :

$$\sin \theta_{cr} = v_L^i / v_L^a.$$

Si également l'inégalité  $v_T^a \leq v_L^i$  est respectée, alors il existe un seul angle critique. Ce cas est illustré dans la figure [3.5], où la phase [3.5a] et l'amplitude [3.5b] du coefficient de réflexion  $R_{LL}^{ii}$ , l'amplitude du coefficient de transmission  $T_{LL}^{ia}$  [3.5c], du coefficient de réflexion  $R_{LT}^{ii}$  [3.5d], et du coefficient de transmission  $T_{LT}^{ia}$  [3.5e] d'une onde incidente à l'interface verre/fer sont exposées. Les courbes de lenteur pour ce couple de milieux sont présentées sur la figure [3.6]. Nous considérons comme milieu d'incidence le verre et comme milieu adjacent le fer. Ainsi,  $v_L^i = 5.4 \text{ mm}/\mu\text{s}$ ,  $v_T^i = 3.2 \text{ mm}/\mu\text{s}$ ,  $v_L^a = 5.9 \text{ mm}/\mu\text{s}$ ,  $v_T^a = 3.2 \text{ mm}/\mu\text{s}$ , et l'angle critique est  $\theta_{cr} \approx 66.2^\circ$ . Pour tous les angles d'incidence sous-critiques avec  $\theta_i < \theta_{cr}$  le diagramme de phase [3.5a] vaut zéro, car le coefficient  $R_{LL}^{ii}$  est réel. Le diagramme en amplitude [3.5b] montre que l'angle critique se manifeste avec un petit pic de transmission à  $66.2^\circ$  qui correspond à l'onde rasante dans le fer. Au-delà des  $66.2^\circ$  le diagramme de phase ne vaut plus zéro car le coefficient est désormais complexe. Physiquement, pour des angles d'incidence supérieurs à l'angle critique, l'onde incidente

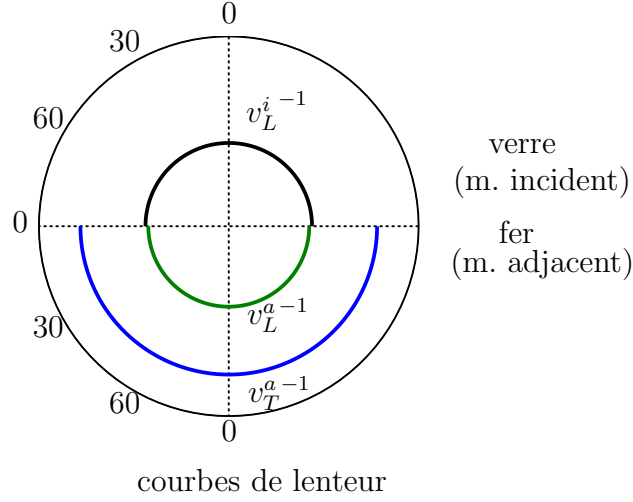


FIGURE 3.6 – Courbes de lenteur associées à l’interface verre/fer. Ici le milieu d’incidence est le verre, et l’onde incidente est de polarisation longitudinale.

ne peut plus être transmise dans le milieu adjacent. Comme les figures [3.5c] et [3.5e] le montrent, les coefficients de transmission  $T_{LL}^{ia}$  et  $T_{LT}^{ia}$  dans le milieu adjacent diminuent fortement pour les angles d’incidence plus grands que  $66.2^\circ$ . Cela en combinaison avec la diminution de l’amplitude du coefficient  $R_{LT}^{ii}$  exposé sur la figure [3.5d] justifiant l’augmentation d’amplitude du coefficient  $R_{LL}^{ii}$  pour ces angles d’incidence, car toute l’énergie acoustique revient par réflexion dans le milieu d’incidence.

Considérons maintenant, deux milieux pour lesquels  $v_L^i < v_L^a$  comme dans le cas précédent, mais en plus la relation  $v_T^a > v_L^i$  est valable. Dans ce cas les vitesses sont ordonnées  $v_L^a > v_T^a > v_L^i > v_T^i$ . Cette condition introduit un deuxième angle critique défini par  $\theta_{cr}^2 = \arcsin(v_L^i/v_T^a)$  pour une onde incidente longitudinale. Les coefficients de réflexion  $R_{LL}^{ii}$  et  $R_{LT}^{ii}$  et les courbes de lenteur d’une telle interface de grand contraste de vitesses sont tracés respectivement sur les figures [3.7] et [3.8]. Les propriétés de l’aluminium sont utilisées pour le milieu d’incidence, et celles du diamant pour le milieu adjacent. Les angles critiques sont  $\theta_{cr}^1 \approx 20.9^\circ$  et  $\theta_{cr}^2 \approx 29.6^\circ$ . Les deux angles critiques se manifestent clairement par les deux pics associés aux ondes rasantes de compression et de cisaillement comme l’indiquent les figures [3.7b] et [3.7c] aux angles respectifs. Pour les angles d’incidence  $\theta_i < \theta_{cr}^1$  le diagramme de phase [3.7a] vaut zéro car  $R_{LL}^{ii}$  est réel. Pour  $\theta_i > \theta_{cr}^1$  le coefficient devient complexe d’où les valeurs non nulles de la phase. Nous observons finalement que pour l’angle d’incidence plus grand que le deuxième angle critique  $\theta_{cr}^2$ , le diagramme de phase présente un saut de phase de  $2\pi$ , qui est attribué au calcul numérique de Matlab. Physiquement, pour des angles d’incidence au-delà des deux angles critiques  $\theta_{cr}^1 \approx 20.9^\circ$  et  $\theta_{cr}^2 \approx 29.6^\circ$  l’onde incidente ne transmet pas d’énergie dans le milieu adjacent avec ou sans conversion de mode. Par conséquent, il y a plus d’énergie acoustique réfléchié dans le deuxième milieu sans conversion de mode, d’où l’augmentation d’amplitude entre  $30^\circ$  et  $40^\circ$ , et entre  $70^\circ$  et  $90^\circ$ . La diminution de l’amplitude entre  $40^\circ$  et  $70^\circ$  est attribuée au fait que dans ces directions d’incidence



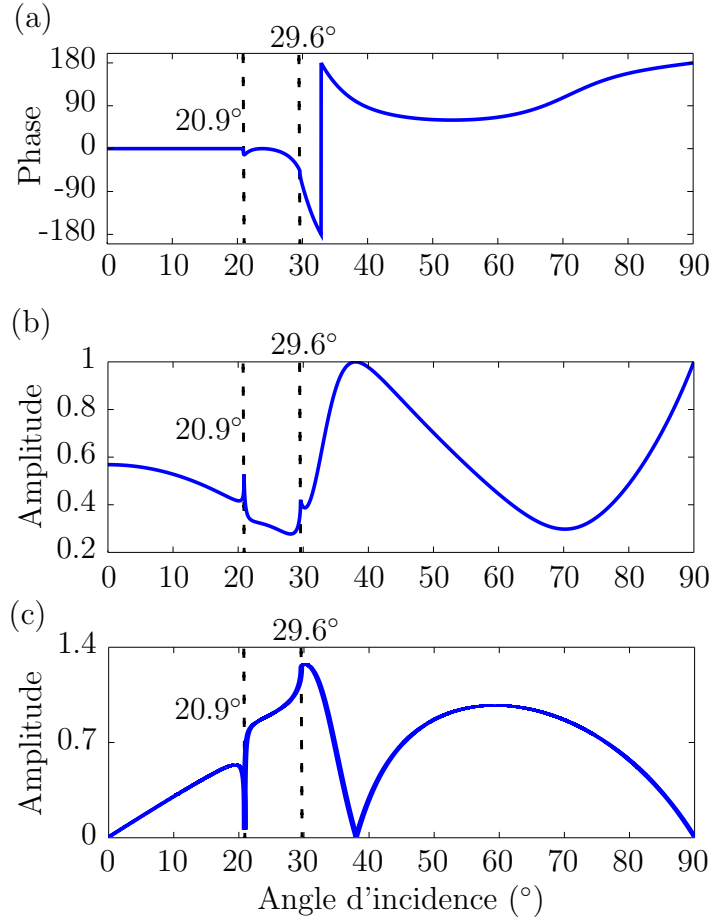


FIGURE 3.7 – (a) Argument et (b) amplitude du coefficient de réflexion  $R_{LL}^{ii}$  et (c) amplitude du coefficient de réflexion  $R_{LT}^{ii}$  à l'interface diamant/aluminium.

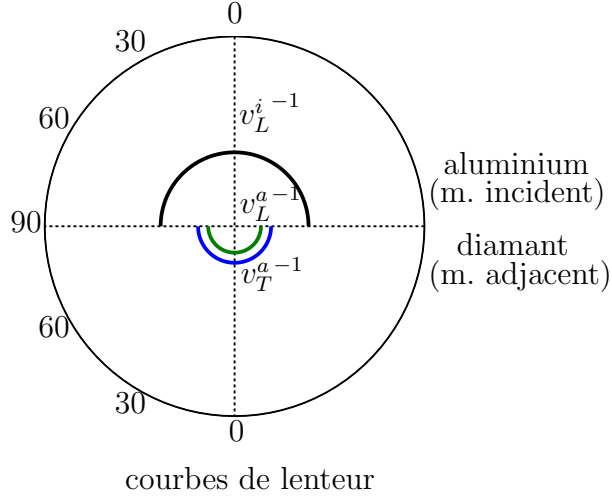


FIGURE 3.8 – Courbes de lenteur associées à l’interface aluminium/diamant. Ici le milieu d’incidence est l’aluminium, et l’onde incidente est de polarisation longitudinale.

la réflexion avec conversion de mode est favorisée, ainsi que le montre l’évolution du coefficient de réflexion  $R_{LT}^{ii}$  exposé sur la figure [3.7c].

Finalement nous traitons le cas d’une onde incidente de polarisation transversale. Il est alors possible d’atteindre le nombre maximal d’angles critiques. Le coefficient  $R_{TT}^{ii}$  en phase et en amplitude, et les coefficients de transmission  $T_{TT}^{ia}$  et  $T_{TL}^{ia}$  en amplitude sont tracés sur la figure [3.9]. Le milieu d’incidence est le fer, et le milieu complétant le plan d’étude est le diamant. Cette interface possède le même contraste des vitesses que le cas précédent, respectant l’ordre  $v_L^a > v_T^a > v_L^i > v_T^i$ . Les courbes de lenteur associées à l’interface fer/diamant sont tracées sur la figure [3.10]. Dans une telle situation il existe trois angles critiques définis par :

$$\theta_{cr}^1 = \arcsin(v_T^i/v_L^a) \approx 10.2^\circ, \theta_{cr}^2 = \arcsin(v_T^a/v_T^i) \approx 14.2^\circ, \theta_{cr}^3 = \arcsin(v_T^i/v_L^i) \approx 32.8^\circ.$$

Les caractéristiques précédemment discutées peuvent être identifiées ici. Le diagramme de phase [3.9a] vaut zéro lorsque le coefficient de réflexion est réel, c’est-à-dire pour  $\theta_i < \theta_{cr}^i$ , avec  $i = 1, 2, 3$ . Pour  $\theta_i = 8.5^\circ$  le diagramme en amplitude vaut zéro, et pour le même angle nous observons le saut de phase de  $\pi$  dans le diagramme de phase. Pour des angles d’incidence  $\theta_i \in [8.5^\circ, \theta_{cr}^1]$  la phase est égale à  $180^\circ$ , car le coefficient est réel. Puis, le deuxième angle critique  $\theta_{cr}^2 \approx 14.2^\circ$  se manifeste par un pic dans le diagramme en amplitude [3.9b] et de même pour le troisième angle critique  $\theta_{cr}^3 \approx 32.8^\circ$ . Enfin, nous retrouvons le saut de phase de  $2\pi$  pour un angle d’incidence plus grand que l’angle critique maximal  $\theta_{cr}^3$  qui est attribué au calcul numérique. Comme pour les coefficients discutés auparavant, les angles critiques ont la même interprétation physique : pour des angles d’incidence supérieurs aux  $\theta_{cr}^1, \theta_{cr}^2$  et  $\theta_{cr}^3$  l’onde incidente ne peut plus être réfléchiée avec conversion de mode, ou être transmise avec ou sans conversion de mode dans le milieu adjacent. Par conséquent il y a réflexion totale de l’onde incidente, ce qui traduit que l’amplitude vaut 1. Sur les figures [3.9c] et [3.9d] les coefficients de transmission  $T_{TT}^{ia}$  et

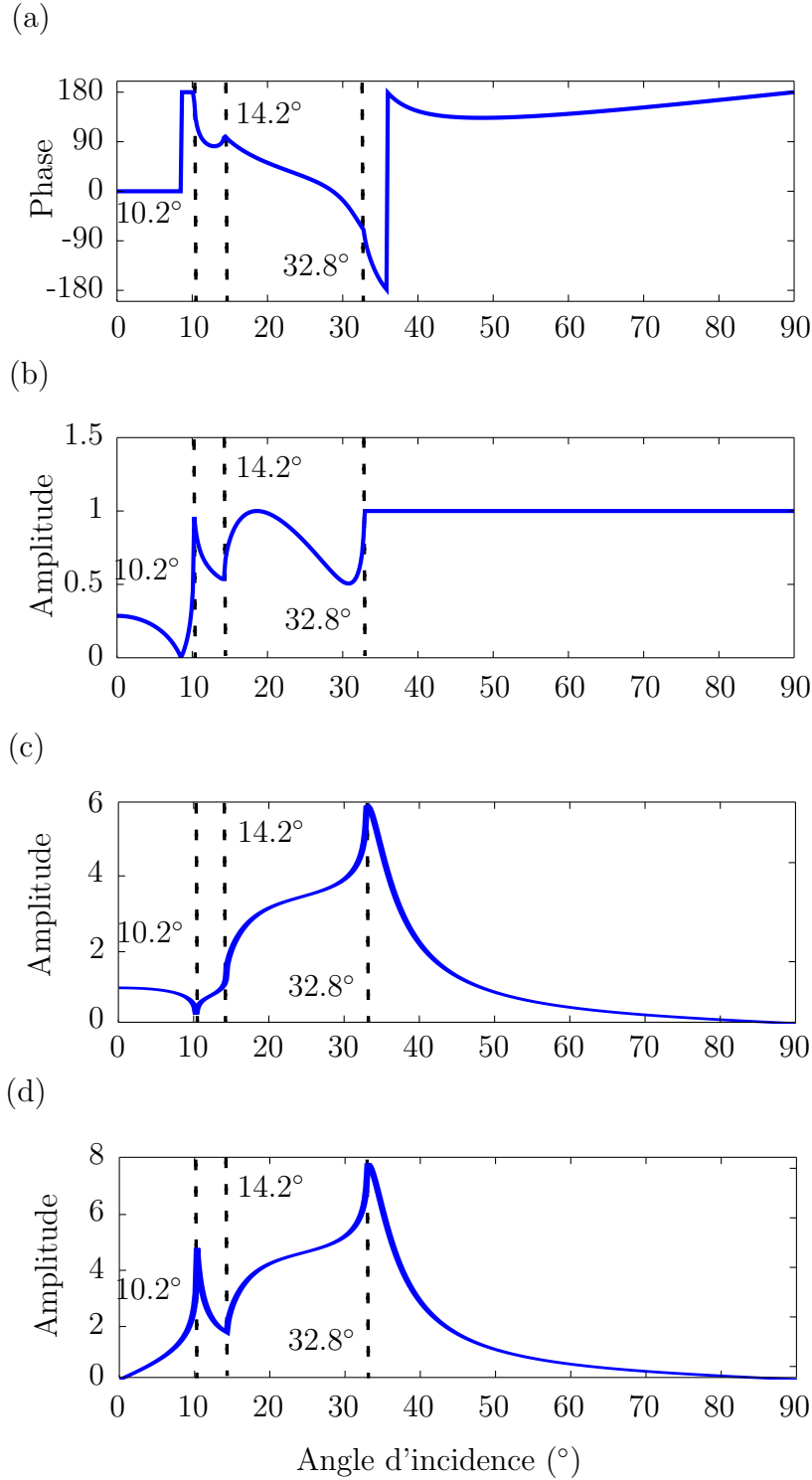


FIGURE 3.9 – (a) Argument et (b) amplitude du coefficient de réflexion  $R_{TT}^{ii}$ , amplitude du coefficient de transmission (c)  $T_{TT}^{ia}$ , et (d)  $T_{TL}^{ia}$  d'une onde de polarisation transversale incidente à l'interface diamant/fer.

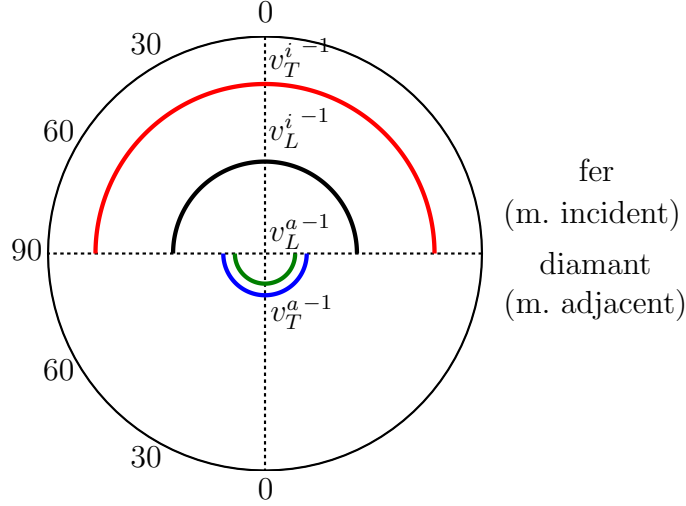


FIGURE 3.10 – Courbes de lenteur associées à l’interface diamant/fer. Ici le milieu d’incidence est le fer, et l’onde incidente est de polarisation transversale.

$T_{TL}^{ia}$  illustrent que pour les angles sur-critiques l’énergie acoustique dans le milieu adjacent diminue fortement.

Nous avons présenté des exemples caractéristiques concernant la réflexion et la transmission d’une onde de compression ou de cisaillement à l’interface entre deux milieux avec de petit ou grand contrastes des vitesses acoustiques. Quatre différents cas ont été traités en fonction du nombre d’angles critiques pouvant apparaître pour différents couples de matériaux. Les coefficients de réflexion et transmission sont à valeurs complexes et dépendent de six paramètres des deux matériaux :  $v_L^i, v_T^i, \rho_i$  et  $v_L^a, v_T^a, \rho_a$ . Des comportements caractéristiques qui fournissent des informations utiles pour l’analyse des diagrammes de directivité calculés dans la suite, ont été identifiés.

### 3.2.3 Fonctions de directivité $f_L$ pour des ondes de polarisation longitudinale

Dans ce paragraphe, le calcul de la fonction de directivité  $f_L$  associée aux ondes de polarisation longitudinale est détaillé. Nous avons vu dans le paragraphe §(3.2.1) que le problème de rayonnement d’une source se situant à l’interface entre les deux demi-espaces peut être segmenté en deux problèmes indépendants : (1) évaluation du champ acoustique émis dans le milieu absorbant (milieu 2), et évaluation du champ acoustique émis dans le milieu transparent (milieu 1). Commençons par le premier cas, en respectant la méthodologie suivie dans le paragraphe §(2.2.2) du deuxième chapitre.

Soit  $\mathbf{F}^O$  la force harmonique du problème direct possédant une amplitude  $F$ . Nous souhaitons dans un premier temps évaluer l’amplitude  $u_L^M$  du vecteur de déplacement  $\mathbf{u}(M)$  au point  $M$  du milieu 2. La force harmonique  $\mathbf{F}_L^M$  du problème réciproque, appliquée au point  $M$  du milieu 2, s’écrit  $\mathbf{F}_L^M = F e^{j\omega t} \mathbf{e}_r$ . Cette force engendre trois ondes  $\mathbf{u}_{L_i}$ ,  $\mathbf{u}_{L_r}$ , et  $\mathbf{u}_{T_r}$  se propageant dans le milieu 2 comme l’indique la figure [3.11a].

Si nous considérons que l'origine des phases est située au point  $O$ , les vecteurs des déplacements de ces ondes évalués à un point  $P$  quelconque du milieu 2 s'écrivent :

- l'onde incidente  $\mathbf{u}_{L_i}$  de polarisation longitudinale :

$$\mathbf{u}_{L_i}(P) = U_{L_i} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_i}, \quad (3.2a)$$

- l'onde  $\mathbf{u}_{L_r}$  réfléchie à la surface, possédant une polarisation de même type que celle de l'onde incidente :

$$\mathbf{u}_{L_r}(P) = U_{L_r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_r}, \quad (3.2b)$$

- l'onde  $\mathbf{u}_{T_r}$  réfléchie à la surface après une conversion de mode :

$$\mathbf{u}_{T_r}(P) = U_{T_r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{T_r} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{T_r}, \quad (3.2c)$$

où  $U_{L_i}$ ,  $U_{L_r}$ ,  $U_{L_t}$  et  $\mathbf{n}_{L_i}$ ,  $\mathbf{n}_{L_r}$ ,  $\mathbf{n}_{L_t}$  sont les amplitudes et les vecteurs de polarisation respectivement des ondes incidentes et réfléchies. Le champ acoustique total rayonné au point  $P$  contient la contribution de toutes les trois ondes présentées, et s'écrit comme la somme :

$$\mathbf{u}(P) = \mathbf{u}_{L_i}(P) + \mathbf{u}_{L_r}(P) + \mathbf{u}_{T_r}(P). \quad (3.2d)$$

En injectant les expressions (3.2a), (3.2b), et (3.2c) dans la relation (3.2d) nous obtenons :

$$\mathbf{u}(P) = U_{L_i} \left( \mathbf{n}_{L_i} e^{-jk_z^{L_i} z_P} + \mathbf{n}_{L_r} R_{LL}^{22} e^{-jk_z^{L_r} z_P} + \mathbf{n}_{T_r} R_{LT}^{22} e^{-jk_z^{T_r} z_P} \right) e^{j(\omega t - k_x x_P)}, \quad (3.2e)$$

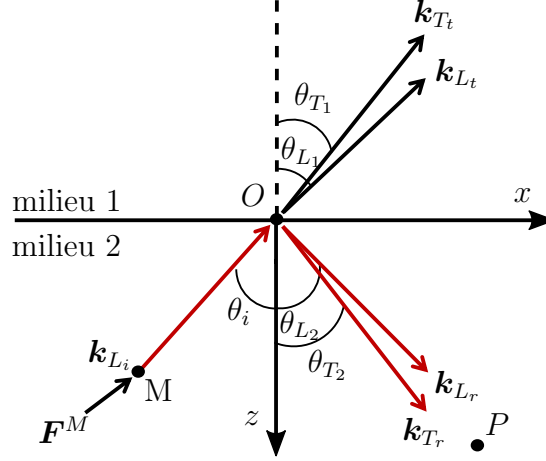
où  $x_P$  et  $z_P$  sont les coordonnées du point  $P$ , et  $R_{LT}^{22}$ ,  $R_{LL}^{22}$  les coefficients de réflexion à l'interface avec et sans conversion de mode. La méthodologie exposée dans le deuxième chapitre conduit à la forme finale de la fonction de directivité en amplitude des ondes de compression  $f_L(\theta)$  pour une force harmonique  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$  à l'interface :

$$f_L(\theta) = [\mathbf{n}_{L_i}(\theta) + \mathbf{n}_{L_r}(\theta) R_{LL}^{22}(\theta) + \mathbf{n}_{T_r}(\theta) R_{LT}^{22}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (3.2f)$$

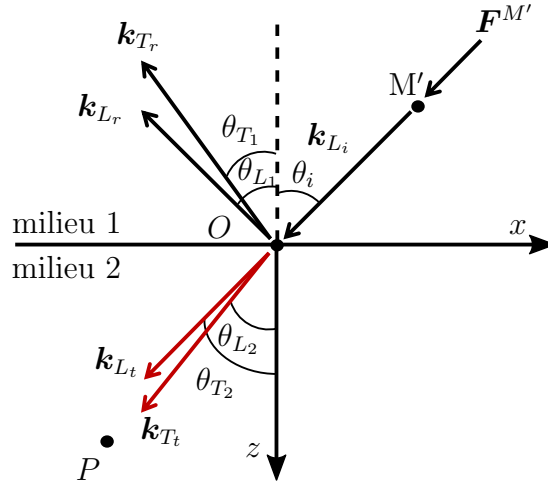
Maintenant la fonction de directivité des ondes émises dans le premier milieu est calculée. Soit  $\mathbf{F}^O$  la force harmonique du problème direct possédant une amplitude  $F$ , nous cherchons à calculer l'amplitude  $u_L^{M'}$  du vecteur de déplacement  $\mathbf{u}(M')$  généré au point  $M'$  du milieu 1. La force harmonique  $\mathbf{F}_L^{M'}$  du problème réciproque, appliquée au point  $M'$  du milieu 1, s'écrit  $\mathbf{F}_L^{M'} = F e^{j\omega t} \mathbf{e}_r$ . Il est judicieux de noter que pour le problème réciproque traité ici, le milieu d'incidence est le premier milieu, comme l'indique la figure [3.11b]. Cette force engendre une onde incidente  $\mathbf{u}_i$ , deux ondes  $\mathbf{u}_{L_r}, \mathbf{u}_{T_r}$  réfléchies et se propageant dans le milieu 1, et deux ondes  $\mathbf{u}_{L_t}, \mathbf{u}_{T_t}$  réfractées dans le milieu 2. Les ondes atteignant un point  $P$  quelconque du milieu 2 s'écrivent :

- l'onde transmise  $\mathbf{u}_{L_t}$  de polarisation longitudinale :

$$\mathbf{u}_{L_t}(P) = U_{L_t} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_t}, \quad (3.3a)$$



(a) Problème réciproque associé au problème de rayonnement dans le milieu 2.



(b) Problème réciproque associé au problème de rayonnement dans le milieu 1.

FIGURE 3.11 – Représentation schématique des problèmes réciproques associés aux problèmes physiques : (a) une source acoustique générée dans le milieu 2 rayonnant vers le même milieu, et (b) une source acoustique dans le milieu 2, rayonnant vers le milieu 1. Les flèches en rouge indiquent les ondes contribuant au champ acoustique émis dans chaque cas.

- l'onde transmise  $\mathbf{u}_{T_t}$  réfractée avec conversion de mode :

$$\mathbf{u}_{T_t}(P) = U_{T_t} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{T_t} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{T_t}, \quad (3.3b)$$

où  $U_{L_t}$ ,  $U_{T_t}$  et  $\mathbf{n}_{L_t}$ ,  $\mathbf{n}_{T_t}$ , sont respectivement les amplitudes et les vecteurs de polarisation des ondes transmises. Le champ acoustique total rayonné au point  $P$  contient la contribution des deux ondes présentées, et s'écrit comme la somme :

$$\mathbf{u}(P) = \mathbf{u}_{L_t}(P) + \mathbf{u}_{T_t}(P). \quad (3.3c)$$

En injectant les expressions (3.3a), (3.3b) dans la relation (3.3c) nous obtenons :

$$\mathbf{u}(P) = U_{L_t} \left( \mathbf{n}_{L_t} T_{LL}^{12} e^{-jk_z^{L_t} z_P} + \mathbf{n}_{T_t} T_{LT}^{12} e^{-jk_z^{T_t} z_P} \right) e^{j(\omega t - k_x x_P)}, \quad (3.3d)$$

où  $x_P$  et  $z_P$  sont les coordonnées du point  $P$ , et  $T_{LT}^{12}$ ,  $T_{LL}^{12}$  les coefficients de transmission avec et sans conversion de mode du milieu 1 vers le milieu 2. Afin de déduire la fonction de directivité des ondes de compression  $f_L(\theta)$  pour une force harmonique  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$  il suffit d'évaluer la relation (3.3d) à ce point :

$$f_L(\theta) = [\mathbf{n}_{L_t}(\theta) T_{LL}^{12}(\theta) + \mathbf{n}_{T_t}(\theta) T_{LT}^{12}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (3.3e)$$

### 3.2.4 Fonctions de directivité $f_T$ pour des ondes de polarisation transversale

La fonction de directivité des ondes de cisaillement  $f_T(\theta)$  pour une force harmonique  $\mathbf{F}^O$  est traitée maintenant. La démarche étant similaire que pour le calcul des fonctions de directivité des ondes de compression, nous ne détaillons pas le calcul. La fonction de directivité du champ acoustique émis dans le deuxième milieu est obtenue :

$$f_T(\theta) = [\mathbf{n}_{T_i}(\theta) + \mathbf{n}_{T_r}(\theta) R_{TT}^{22}(\theta) + \mathbf{n}_{L_r}(\theta) R_{TL}^{22}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}, \quad (3.4a)$$

où  $\mathbf{n}_{T_i}$ ,  $\mathbf{n}_{L_r}$ ,  $\mathbf{n}_{T_r}$  sont les vecteurs de polarisation de l'onde incidente transversale, et des ondes réfléchies, et  $R_{TL}^{22}$ ,  $R_{TT}^{22}$  les coefficients de réflexion à l'interface avec et sans conversion de mode. Les diagrammes de directivité décrivant le rayonnement dans le premier milieu sont donnés par la fonction :

$$f_T(\theta) = [\mathbf{n}_{T_t}(\theta) T_{TT}^{12}(\theta) + \mathbf{n}_{L_t}(\theta) T_{TL}^{12}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (3.4b)$$

## 3.3 Description des fonctions de directivité générées par absorption optique dans un milieu opaque chargé par un milieu transparent

A partir des relations (3.2f), (3.3e), (3.4a), (3.4b), il est possible de déduire les fonctions de directivité d'une source acoustique relative au régime thermoélastique surfacique. Une

telle source a été discutée dans la section 2.4 du deuxième chapitre. Comme auparavant, le milieu sur lequel l'absorption a lieu, est considéré **fortement** absorbant, i.e. opaque. Pratiquement, le fait que le milieu absorbe **fortement** l'énergie électromagnétique, entraîne une source acoustique localisée dans le voisinage du point de focalisation du faisceau laser. Nous rappelons qu'une telle source acoustique est modélisée par deux dipôles, orientés selon  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{z}$ . Dans cette section le calcul afin d'obtenir les fonctions de directivités relatives n'est pas détaillé. Le lecteur peut se référer au paragraphe §(2.4.1) du deuxième chapitre pour les détails. Les fonctions de directivité pour le rayonnement dans le milieu opaque (3.3.1) et le milieu transparent (3.3.2) pour les ondes de compression et de cisaillement sont données, ainsi que les diagrammes de directivité comparés aux résultats de la littérature afin de confirmer notre modèle.

### 3.3.1 Rayonnement dans le milieu opaque

Les diagrammes de directivité de rayonnement dans le milieu opaque sont discutés. La fonction de directivité d'une source de dilatation quadripolaire située dans un point  $S = (x_S, z_S)$  quelconque du milieu opaque associée aux ondes de compression est donnée par :

$$f_L^{S,2} = j \left( \mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{n}_{L_i} e^{-jk_{z_S}^{L_i}} + \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{n}_{L_r} R_{LL}^{22} e^{-jk_{z_S}^{L_r}} \right),$$

$$f_L^{S,2} = j \mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{n}_{L_i} \left( e^{-jk_{z_S}^{L_i}} + R_{LL}^{22} e^{-jk_{z_S}^{L_r}} \right), \quad (\text{cas isotrope}) \quad (3.5a)$$

et aussi la fonction de directivité associée aux ondes de cisaillement est :

$$f_T^{S,2} = j \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{n}_{L_r} R_{TL}^{22} e^{-jk_{z_S}^{L_r}}. \quad (3.5b)$$

Les fonctions de directivité calculées ici sont similaires aux expressions (2.18) et (2.19) évaluées dans le deuxième chapitre. La différence entre les deux modèles provient uniquement des coefficients de réflexion  $R_{LL}^{22}$  et  $R_{LT}^{22}$  qui sont modifiés par la présence du demi-espace transparent. Le chargement par ce demi-espace modifie l'efficacité de génération ainsi que la distribution d'amplitude des ondes de compression et de cisaillement comme plusieurs études l'ont montré <sup>72,73,74,27</sup>.

### Rayonnement dans le milieu opaque d'une source acoustique localisée à l'interface

Les relations (3.5a) et (3.5b) sont maintenant utilisées pour calculer le champ acoustique émis dans le milieu opaque par une source acoustique générée suite à la **forte** absorption dans le même milieu. La source d'expansion considérée ici, est localisée à l'interface, i.e. au point  $S = (0, 0)$ . Nous utilisons les propriétés élastiques du diamant et du fer, reportées dans le tableau [3.1] afin de comparer les diagrammes de directivité obtenus par notre modèle avec ceux obtenus par celui de Nikitin<sup>70</sup>. La figure [3.12] illustre les diagrammes de directivité calculés. Nous constatons un excellent accord entre les résultats, ce qui conforte notre calcul. L'analyse qui suit montre que les angles critiques, exposés sur le tableau [3.2], sont les angles caractéristiques des diagrammes de directivité. Sur la



TABLE 3.1 – Propriétés physiques de diamant, fer, et aluminium.

Propriétés physiques	Diamant	Fer	Aluminium
Célérité des ondes de compression (mm/ $\mu$ s)	18	5.9	6.42
Célérité des ondes de cisaillement (mm/ $\mu$ s)	13	3.2	3.04
Masse volumique $\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	3.5	7.9	2.7

base de la discussion relative aux coefficients de réflexion et transmission évoquée dans le paragraphe §(3.2.2) une analyse des diagrammes de directivité est maintenant proposée.

Les ondes de compression représentées sur la figure [3.12a] sont d’abord détaillées. Soit une onde de compression générée dans le milieu opaque qui se propage vers l’interface. Les angles critiques concernant la transmission vers le milieu transparent sont  $\theta_{cr}^1 = \arcsin(v_L^2/v_L^1) \approx 19.1^\circ$  et  $\theta_{cr}^2 = \arcsin(v_L^2/v_T^1) \approx 27^\circ$ . Pour un angle d’incidence  $\theta_i$  plus petit que (a)  $\theta_{cr}^1$  et (b)  $\theta_{cr}^2$  l’onde incidente peut : (a) être transmise dans le milieu 1 sans conversion de mode et (b) être transmise dans le milieu 1 avec conversion de mode. Cela explique pourquoi l’amplitude sur le diagramme [3.12a] diminue entre  $0^\circ$  et  $27^\circ$  : l’énergie acoustique incidente est transportée dans le premier milieu en mode longitudinal et transversal. A partir de  $27^\circ$  nous constatons l’augmentation d’amplitude, attribuée au fait que la réfraction d’onde incidente s’arrête, et toute l’énergie acoustique incidente est désormais réfléchie vers le volume du milieu d’incidence sans conversion de mode. Nous observons également que le maximum en amplitude est atteint à  $45^\circ$ . Les ondes de compression ne sont plus réfléchies à partir de l’angle d’incidence  $\theta^{inc} = \arcsin(v_L^2/v_L^2) = 90^\circ$ , car elles deviennent évanescences. Alors pour les grands angles, les ondes de compression transportent de moins en moins d’énergie acoustique dans le volume jusqu’à  $90^\circ$  où la réflexion s’arrête. Finalement, une caractéristique intéressante est que le seul angle marqué par un pic sur le diagramme de directivité est l’angle qui correspond à l’onde de même polarisation que l’onde incidente, c’est-à-dire l’angle  $\theta_{cr}^1 \approx 19.1^\circ$ .

Les diagrammes de directivité associés aux ondes de polarisation transversale illustrés sur la figure [3.12b] peuvent s’analyser de la même façon. Les angles critiques intervenant dans ce cas de génération sont  $\theta_{cr}^1 = \arcsin(v_T^2/v_L^1) \approx 10.2^\circ$ ,  $\theta_{cr}^2 = \arcsin(v_T^2/v_T^1) \approx 14.2^\circ$ , et  $\theta_{cr}^3 = \arcsin(v_T^2/v_L^2) \approx 32.8^\circ$ . Nous rappelons que dans un milieu isotrope ces ondes sont générées par conversion de mode des ondes de compression. La conversion de mode d’une onde longitudinale en une onde de cisaillement est autorisée pour les angles d’incidence entre  $0^\circ$  et  $\theta_{cr}^3$ . Au-delà de  $32.8^\circ$  les ondes de cisaillement résultent de la conversion des ondes de compression évanescences d’où la décroissance forte de l’amplitude [cf. §(2.2.4)].

En plus, nous observons que pour l’angle d’incidence normal à l’interface l’amplitude des ondes de cisaillement est nulle. En vertu de la symétrie, les ondes de cisaillement générées à l’interface par conversion de mode des ondes de compression sont mutuellement annulées et par conséquent elles ne sont pas excitées dans la direction normale.

Pour un angle d’incidence  $\theta_i$  plus grand que  $0^\circ$  et plus petit que  $\theta_{cr}^1$ , l’onde incidente peut être transmise dans le milieu 1 avec conversion de mode. Au-delà du premier angle

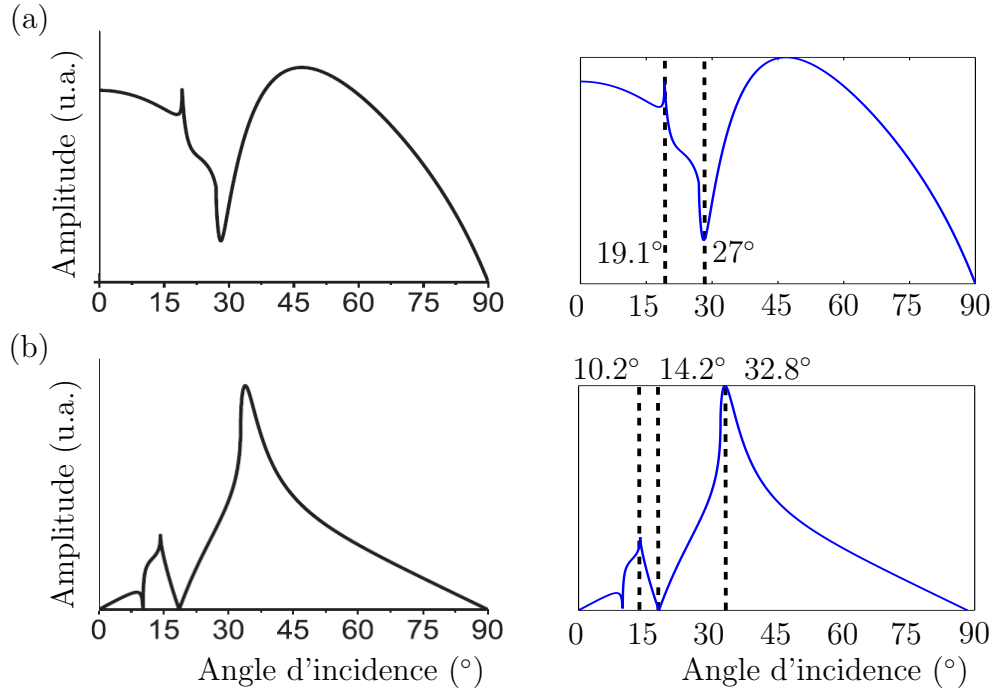


FIGURE 3.12 – Champ acoustique en amplitude émis dans le fer par une source d'expansion située à l'interface diamant/fer, générée par **forte** absorption : (a) ondes de compression, (b) ondes de cisaillement. La colonne de gauche expose les résultats issus du modèle de Nikitin,<sup>70</sup> tandis que la colonne de droite représente les diagrammes calculés par notre modèle.

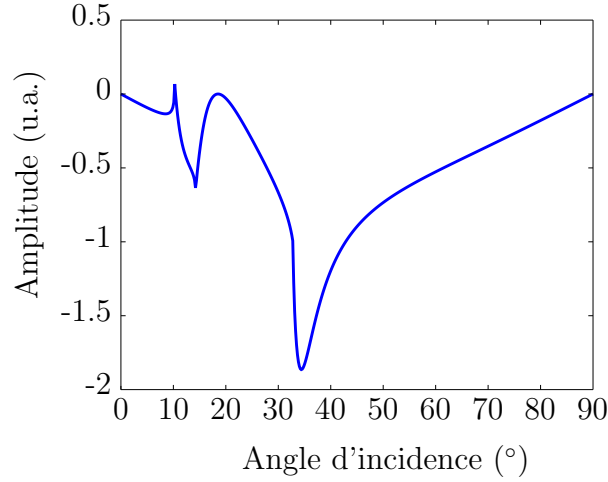


FIGURE 3.13 – Coefficient de réflexion  $R_{LT}^{22}$  pour une interface entre les milieux fer/diamant. Le fer est le milieu d'incidence.

TABLE 3.2 – Angles critiques pour l'interface Fer/Diamant et Aluminium/Diamant.

Angles critiques	$\text{asin}\left(\frac{v_L^2}{v_L^1}\right)$	$\text{asin}\left(\frac{v_L^2}{v_T^1}\right)$	$\text{asin}\left(\frac{v_T^2}{v_L^1}\right)$	$\text{asin}\left(\frac{v_T^2}{v_T^1}\right)$	$\text{asin}\left(\frac{v_T^2}{v_L^2}\right)$	$\text{asin}\left(\frac{v_T^1}{v_L^1}\right)$
Fer/Diam.	19.1°	27.0°	10.2°	14.2°	32.8°	46.2°
Alum./Diam.	20.9°	29.6°	9.7 °	13.5°	28.3°	46.2°

critique  $\theta_{cr}^1$  les ondes de cisaillement transmises dans le diamant deviennent évanescentes et elles ne transportent plus d'énergie loin de l'interface, d'où l'augmentation de l'énergie rayonnée dans le fer [cf. §(2.2.4)].

Pour un angle d'incidence  $\theta_i$  plus petit que  $\theta_{cr}^2$ , l'onde incidente peut être transmise dans le premier milieu sans conversion de mode. Pour des angles d'incidence plus grands que le deuxième angle critique  $\theta_{cr}^2$ , les ondes de cisaillement deviennent évanescentes et ne transportent plus d'énergie dans le diamant. Cela explique l'augmentation d'amplitude entre 14.2° et le troisième angle critique  $\theta_{cr}^3$ . La décroissance entre 14.2° et 18.5° est attribuée au fait que pour l'angle 18.5° l'onde de compression ne peut pas se convertir en onde de cisaillement : le coefficient de réflexion avec conversion de mode  $R_{LT}^{22}$  est égal à zéro pour l'angle d'incidence 18.5° comme le démontre la figure [3.13]. La même remarque est valable pour l'amplitude égale à zéro pour l'angle d'incidence 10.2°.

### Rayonnement dans le milieu opaque d'une source enfouie localisée dans le volume du même milieu

Nous étudions maintenant les diagrammes de directivité des ondes de compression d'une source enfouie située à un point  $S = (x_S, z_S)$  du milieu opaque. Les courbes en bas

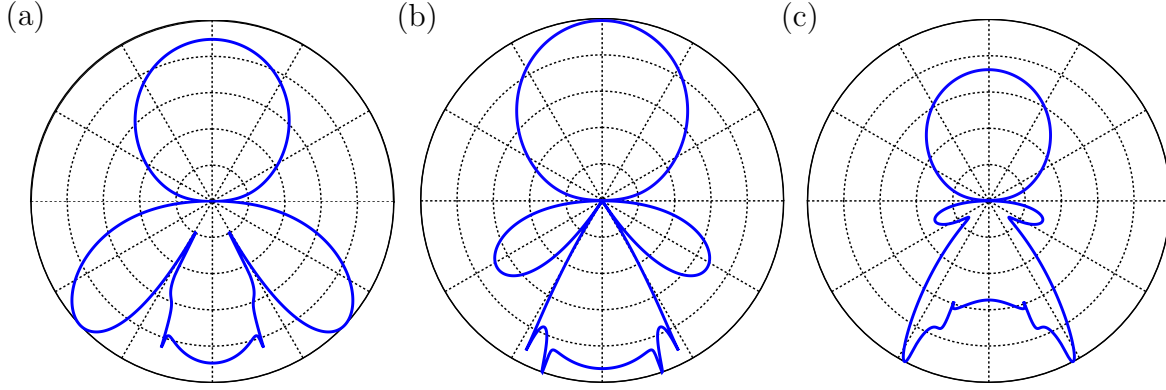


FIGURE 3.14 – Diagrammes de directivité des ondes de compression en amplitude pour une source d’expansion située dans le volume du milieu opaque en : (a)  $z_S = 0 \times \lambda_L^2$ , (b)  $z_S = 0.09 \times \lambda_L^2$ , et (c)  $z_S = 0.21 \times \lambda_L^2$ . Les diagrammes en bas correspondent au champ acoustique émis dans le milieu opaque et ils sont normalisés, et en haut correspondent au champ acoustique émis dans le milieu transparent et ils sont normalisés par la courbe respective en bas.

sur la figure [3.14] illustrent le champ acoustique des ondes de compression émis par une source enfouie située en (a)  $z_S = 0 \times \lambda_L^2$ , (b)  $z_S = 0.09 \times \lambda_L^2$ , et (c)  $z_S = 0.21 \times \lambda_L^2$ . Les courbes en haut correspondent à l’émission dans le milieu transparent, et elles seront discutées dans le paragraphe suivant. Nous avons choisi ces valeurs de  $z_S$  afin de discuter les résultats en parallèle avec les résultats exposés dans la figure [2.10] du deuxième chapitre. Les diagrammes de directivité du deuxième chapitre correspondent à une source enfouie située dans le volume d’un demi-espace de verre. Les résultats sont comparables car le rapport des célérités acoustiques dans le fer et dans le verre est similaire ( $v_T^{fer}/v_L^{fer} = 0.54$  et  $v_T^{verre}/v_L^{verre} = 0.57$  respectivement). Chaque courbe est normalisée par son maximum afin de démontrer la distribution relative de l’amplitude. Comme pour le cas de la génération acoustique d’une source de dilatation dans un demi-espace (c.f. §(2.4.2)), l’effet de l’enfouissement de la source est plus important sur l’amplitude des lobes latéraux à  $60^\circ$ . Ceux-ci diminuent fortement lorsque la source d’expansion est éloignée de l’interface.

### 3.3.2 Rayonnement dans le milieu transparent

Ensuite, nous décrivons le rayonnement dans le milieu transparent. Nous avons précédemment calculé la fonction de directivité d’une onde de compression (3.3e) et d’une onde de cisaillement (3.4b) se propageant dans le milieu absorbant (milieu 2), associée à une force d’orientation quelconque. A partir de ces expressions et en appliquant la méthode présentée dans le deuxième chapitre, les fonctions de directivité associées à une source de dilatation située à un point  $S = (x_S, z_S)$  du milieu opaque sont déduites :

$$f_L^{S,1} = j\mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{n}_{L_t} T_{LL}^{12} e^{-jk_{z_S}^{L_t}}, \quad (3.6a)$$

$$f_T^{S,1} = j\mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{n}_{L_t} T_{TL}^{12} e^{-jk_{z_S}^{L_t}}. \quad (3.6b)$$

La relation (3.6b) démontre clairement que l’onde de cisaillement qui se propage dans le premier milieu, est générée à l’interface suite à la transmission avec conversion de mode

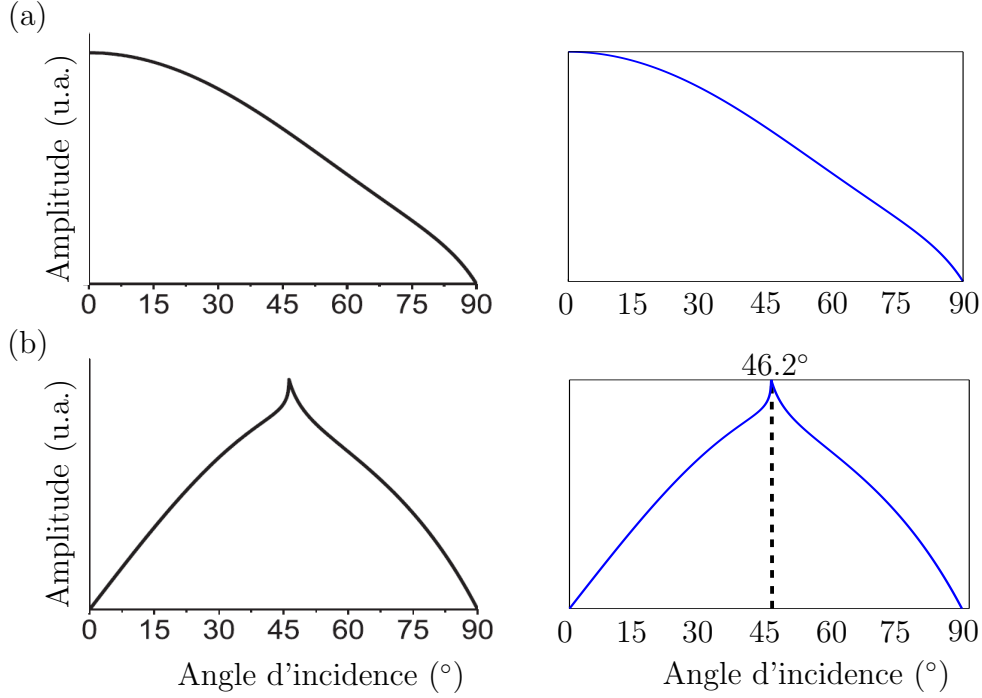


FIGURE 3.15 – Champ acoustique en amplitude rayonné dans le diamant par une source acoustique générée suite à une **forte** absorption optique (quadripôle) dans le milieu opaque. En haut (a) sont illustrés les diagrammes de directivité en amplitude des ondes de polarisation longitudinale et en bas (b) les ondes de cisaillement. Sur la colonne de gauche sont reportés les résultats de Nikitin<sup>70</sup> tandis que sur la colonne de droite sont tracés les résultats obtenus par notre modèle.

d’une onde de compression incidente. Les fonctions (3.6a) et (3.6b) sont utilisées par suite pour la validation et l’analyse des diagrammes de directivité. Comme dans le paragraphe §(3.3.1) nous utilisons les paramètres du fer et du diamant pour la comparaison des résultats avec ceux de Nikitin.<sup>70</sup> Les diagrammes de directivité associés à ce calcul sont illustrés sur la figure [3.15]. Les ondes de compression sont d’abord discutées [3.15a].

Le diagramme de directivité des ondes de compression ne présente pas de particularités car pour le contraste des célérités considéré ici, les coefficients de réflexion et de transmission ne possèdent pas de points singuliers. La vitesse de propagation des ondes longitudinales dans le diamant est plus importante que toutes les vitesses acoustiques dans le fer. Nous observons que pour tous les angles d’incidence il y a transmission des ondes de compression du milieu 2, vers le premier milieu. En même temps, l’amplitude diminue lorsque l’angle d’incidence augmente parce qu’en approchant l’angle 90° les ondes de compression transportent de moins en moins d’énergie acoustique jusqu’à devenir évanescentes.

Dans le cas des ondes de cisaillement, l’angle critique  $\theta_{cr} = \arcsin(v_T^1/v_L^1) \approx 46.2^\circ$  se manifeste clairement comme le démontre la figure [3.15b]. Pour une meilleure compréhension des diagrammes des ondes de cisaillement il faut considérer le problème réciproque et analyser les coefficients de transmission exposés dans la figure [3.16]. Dans le problème réciproque nous considérons une onde de cisaillement incidente à l’interface du côté du

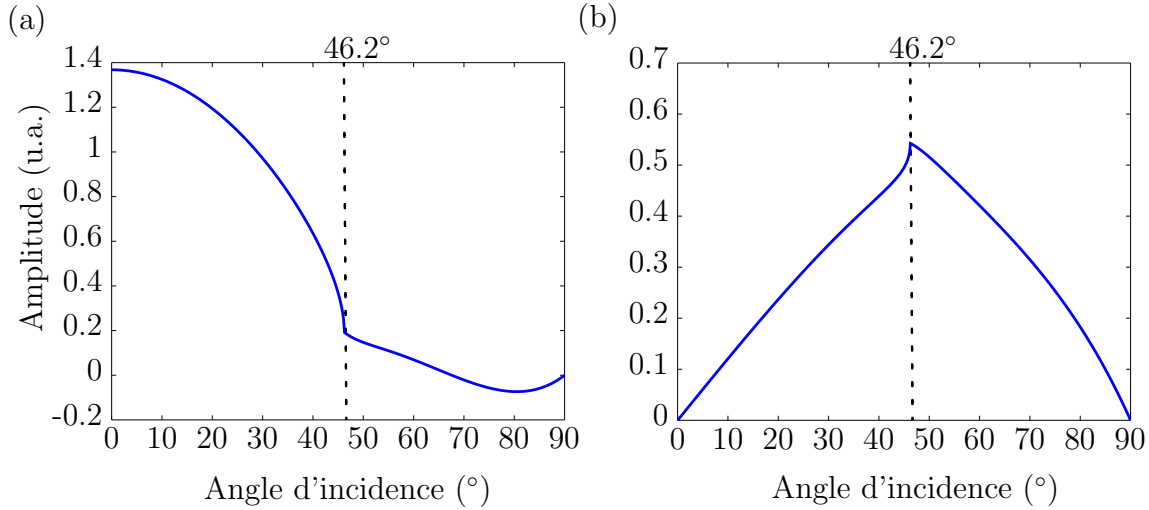


FIGURE 3.16 – Coefficients de transmission de diamant vers fer : (a) sans conversion de mode  $T_{TT}^{12}$ , (b) avec conversion de mode  $T_{TL}^{12}$ .

diamant. Lorsque l'angle d'incidence augmente, nous observons que l'amplitude  $T_{TT}^{12}$  des ondes transmises en mode transversal diminue [3.16a], tandis que l'amplitude  $T_{TL}^{12}$  des ondes transmises en mode longitudinal augmente [3.16b]. Au-delà de  $\theta_{cr} = 46.2^\circ$  les ondes de cisaillement deviennent évanescentes et ne peuvent plus être transmises avec conversion de mode. Par conséquent, l'amplitude diminue progressivement jusqu'à  $90^\circ$  où il n'y a plus émission d'ondes de cisaillement.

Les courbes en haut sur la figure [3.14] représentent le rayonnement d'une source enfouie dans le milieu opaque vers le milieu transparent. Chaque courbe est normalisée par rapport au maximum de la courbe respective située en bas. Le champ émis dans le milieu transparent a la même allure que dans les cas traités auparavant [Fig. 3.15a] dans ce paragraphe, et son amplitude dans la direction normale est équivalente à l'amplitude du champ émis dans le milieu opaque.

### 3.4 Diagrammes de directivité d'une source acoustique générée par absorption optique dans un milieu semi-transparent chargé par un milieu transparent : effet de l'impédance acoustique

Dans les paragraphes précédents, nous avons constaté que le chargement d'un demi-espace opaque par un demi-espace transparent modifie considérablement les diagrammes de radiation d'une source d'expansion. Il est judicieux alors d'attendre un effet important sur les diagrammes de directivité d'une source acoustique volumique, car celle-ci est modélisée par une sommation des sources d'expansion dans la direction de pénétration du faisceau laser. Dans cette section, nous considérons une génération thermoélastique avec une pénétration optique comparable aux longueurs d'onde acoustiques générées, dans le

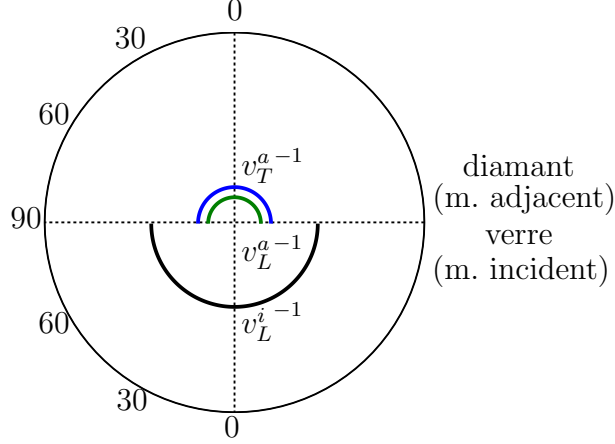


FIGURE 3.17 – Courbes de lenteur associées à l’interface verre/diamant. Ici le milieu d’incidence est le verre, et l’onde incidente est de polarisation longitudinale.

volume du milieu absorbant. Dans le deuxième chapitre les diagrammes de directivité d’une telle source générée dans un demi-espace de surface libre possédant les propriétés du verre neutre ont été étudiés (cf. §(2.4.3)). Maintenant, le demi-espace de verre absorbant l’énergie électromagnétique est chargé par un demi-espace de diamant. Les courbes de lenteur pour l’interface verre/diamant sont exposées sur la figure [3.17]. La masse volumique du diamant  $\rho_d = 3.5 \text{ g/cm}^3$  est beaucoup plus importante que celle de l’air  $\rho_a = 1.2e-3 \text{ g/cm}^3$ . En même temps, l’impédance acoustique du diamant est beaucoup plus importante que celle de l’air et du verre également :  $Z_d = v_L^d \rho_d = 18 \cdot 3.5 = 63 \text{ Pa}\cdot\mu\text{s/mm}^3$ ,  $Z_a \approx 4e-3 \text{ Pa}\cdot\mu\text{s/mm}^3$  et  $Z_v = 12.7 \text{ Pa}\cdot\mu\text{s/mm}^3$  respectivement. Ainsi, les rapports d’impédance acoustique entre chaque milieu de chargement et le verre sont  $Z_d/Z_v \approx 5$  et  $Z_a/Z_v \approx 3e-4$ . Dans ce paragraphe alors, nous calculons le champ acoustique émis dans le verre lorsque celui-ci est chargé par un milieu de plus grande impédance acoustique, et ensuite nous le comparons avec le champ associé au cas de génération dans un demi-espace de surface libre.

Les fonctions de directivité d’une source volumique sont présentées ici sans donner les détails du calcul qui peuvent se trouver dans le deuxième chapitre. Nous rappelons que ces relations sont obtenues en appliquant l’intégration des fonctions de directivité (3.5a) et (3.5b) en fonction de la profondeur  $z$  du milieu 2 :

$$f_L^{PO}(\theta) = j\beta \mathbf{k}_{L_i}(\theta) \cdot \mathbf{n}_{L_i}(\theta) \left( \frac{1}{\beta + jk_z^{L_i}(\theta)} + \frac{R_{LL}^{22}(\theta)}{\beta + jk_z^{L_r}(\theta)} \right), \quad (\text{cas isotrope}) \quad (3.7a)$$

$$f_T^{PO}(\theta) = \frac{j\beta R_{TL}^{22}(\theta)}{\beta + jk_z^{L_r}(\theta)} \mathbf{k}_{L_r}(\theta) \cdot \mathbf{n}_{L_r}(\theta). \quad (3.7b)$$

Les propriétés du verre neutre sont reportées dans le tableau [2.2] du deuxième chapitre. La relation (3.7a) est utilisée afin de calculer les diagrammes de directivité des ondes de compression qui sont présentés en couleur bleue sur les demi-cercles en bas, dans la figure [3.18]. Les courbes en rouge sont associées au champ émis dans un demi-espace de surface libre, et elles sont les mêmes que celles exposées sur la figure [2.13] du deuxième

chapitre. Tous les diagrammes de radiation sont calculés pour différents rapports  $k_L/\beta$ . Les valeurs choisies sont les mêmes que celles utilisées pour tracer la figure [2.13], i.e.  $k_L/\beta =$  (a) 0, (b) 0.5, (c) 1, (d) 3, (e) 5, (f) 10, et chaque courbe est normalisée par son maximum. Les diagrammes de directivité des ondes émises dans le diamant ne fournissent pas d'informations car les célérités acoustiques dans le diamant étant beaucoup plus grandes que dans le verre, les coefficients de réflexion et de transmission ne possèdent pas des points singuliers. Cependant ces diagrammes sont exposés sur les demi-cercles en haut afin de commenter l'amplitude du champ émis dans le diamant. Ces courbes sont normalisées par le maximum de l'amplitude des ondes émises dans le substrat absorbant, le verre. Nous commençons la discussion par commenter les champs acoustiques émis dans le substrat absorbant.

L'effet du chargement par un demi-espace de grande impédance acoustique est très parlant comme les courbes (a)-(c) le montrent. Pour (a)  $k_L/\beta = 0$ , la source acoustique est générée à la surface du demi-espace de verre. Dans le cas où la surface du verre est chargée par le diamant, nous observons une forte émission acoustique dans la direction normale, qui n'existe pas dans le cas du verre possédant une surface libre. Sur ce dernier cas, nous obtenons les diagrammes typiques d'une génération de type dipolaire surfacique avec deux lobes orientés autour de  $65^\circ$ . Deux lobes sont aussi présents sur le premier cas, mais ils sont plus orientés vers la direction normale. Les angles critiques  $\theta_{cr}^1 = \text{asin}(v_L^v/v_L^d) = 17.5^\circ$  et  $\theta_{cr}^2 = \text{asin}(v_L^v/v_T^d) = 24.5^\circ$  se manifestent avec deux pics associés aux ondes rasantes de compression et de cisaillement.

Lorsque la longueur de pénétration optique augmente, (b)  $k_L/\beta = 0.5$ , la courbe bleue montre que la génération est encore dictée par la présence du demi-espace de diamant, d'où l'émission principale dans la direction normale. Pour le ratio (c)  $k_L/\beta = 1$ , l'augmentation de l'amplitude des ondes se propageant dans les directions latérales montre que l'effet de la pénétration optique commence à dicter la génération.

Au delà de (c)  $k_L/\beta = 1$ , pour les rapports (d)  $k_L/\beta = 3$ , (e) 5, et (f) 10 l'effet de l'enfouissement de la source acoustique dicte la génération, et les ondes de compression se propagent principalement dans les directions parallèles en surface. Ainsi les diagrammes d'ondes de compression générées dans le verre lorsque celui-ci est chargé par le diamant, convergent vers les diagrammes associés à la génération dans un demi-espace de verre de surface libre. Les angles critiques  $\theta_{cr}^1 = 17.5^\circ$  et  $\theta_{cr}^2 = 24.5^\circ$  sont aussi présents pour les grandes longueurs de pénétration optique.

La forme des diagrammes de directivité associés au champ acoustique émis dans le diamant [Fig. 3.18, courbes en haut] est similaire pour tous les rapports  $k_L/\beta$ . Ceci est attribué au fait que les coefficients de transmission ne possèdent pas de points singuliers car les célérités acoustiques dans le diamant sont largement supérieures à celles du verre. Cependant nous observons une modification de l'amplitude des ondes se propageant dans le demi-espace du diamant. Lorsque la source acoustique est localisée à l'interface, (a)  $k_L/\beta = 0$ , l'amplitude dans la direction normale est équivalente à celle des ondes se propageant dans le substrat. Pour des longueurs de pénétration optique inférieures ou équivalentes à la longueur d'onde acoustique, (b)  $k_L/\beta = 0.5$  et (c)  $k_L/\beta = 1$ , l'amplitude augmente, et pour des ratios supérieurs à 1, l'amplitude diminue. Cette évolution de l'amplitude est cohérente avec l'évolution de l'amplitude du champ émis dans le demi-espace du verre comme le montre la figure [2.13] du deuxième chapitre.



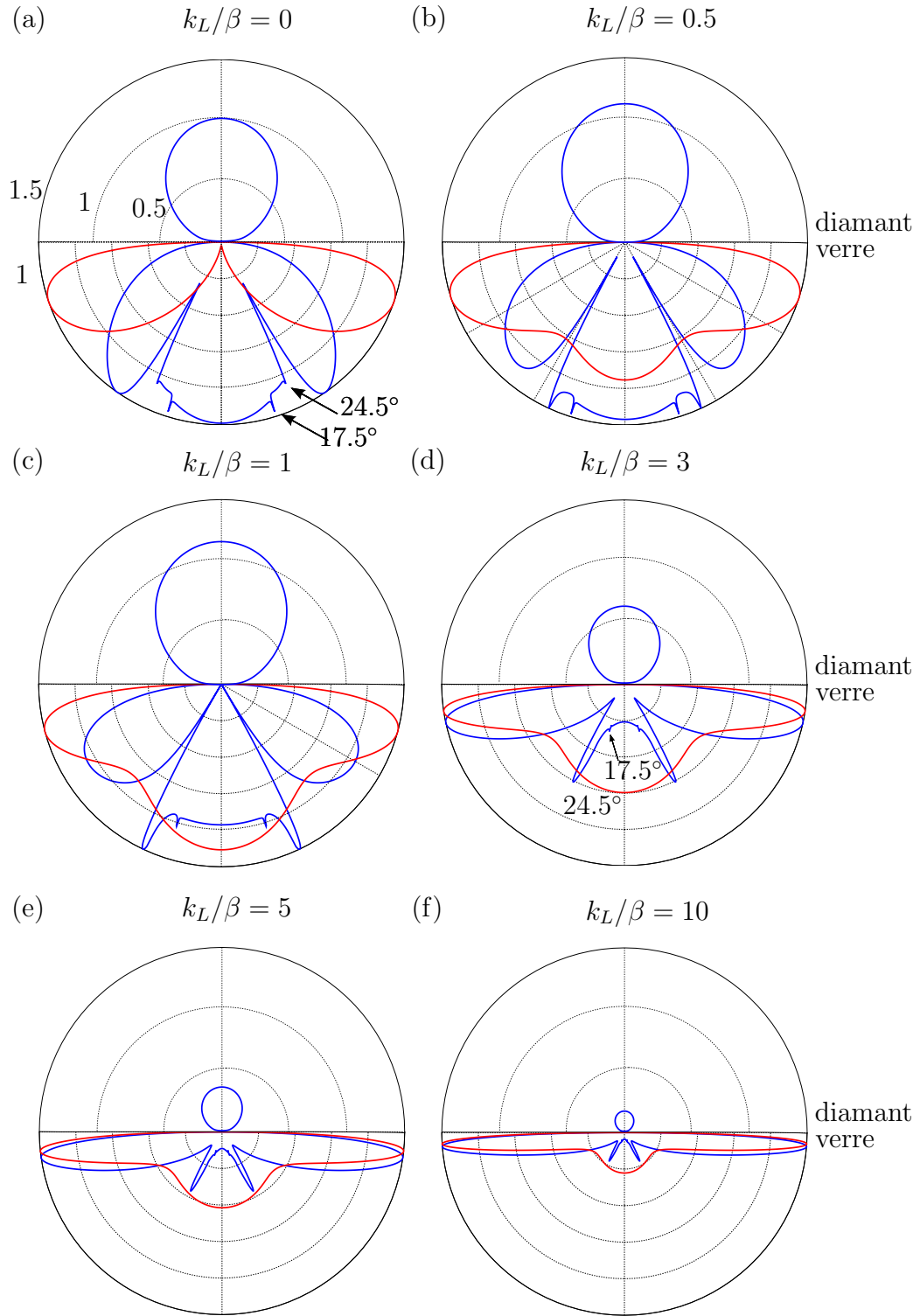


FIGURE 3.18 – Diagrammes de directivité d’une source distribuée dans le volume de verre pour différents ratio  $k_L/\beta$  : (a) 0, (b) 0.5, (c) 1, (d) 3, (e) 5, (f) 10. Sur le demi-cercle en bas, les courbes en bleu correspondent à la génération dans le demi-espace de verre chargé par un demi-espace de diamant et les courbes en rouge à la génération dans un demi-espace de verre de surface libre. Sur le demi-cercle en haut, les diagrammes de directivité associés au champ acoustique émis dans le demi-espace de diamant sont présentés.

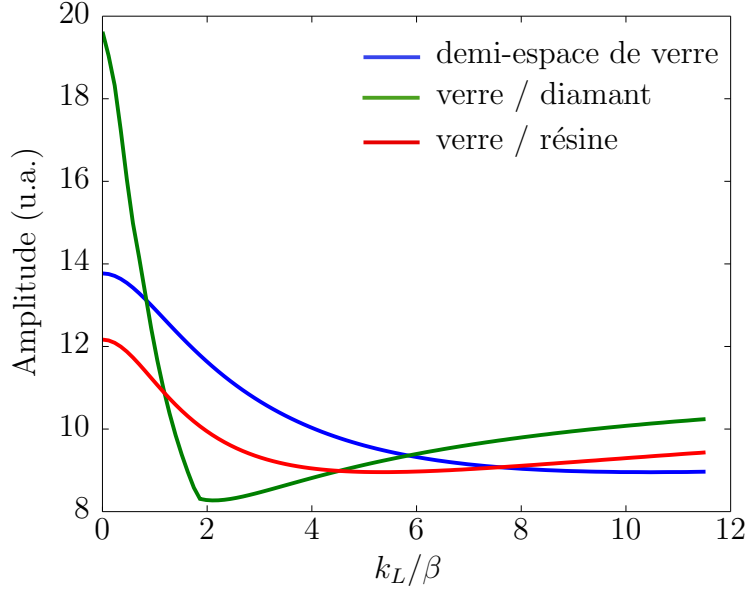


FIGURE 3.19 – Comparaison de l’efficacité de génération sur un demi-espace de verre, un demi-espace de verre chargé par un milieu de plus grande impédance acoustique (diamant), et un demi-espace de verre chargé par un milieu de plus petite impédance acoustique (résine)

Nous avons étudié les directions de propagation des ondes de compression générées dans un demi-espace du verre de surface libre et chargé par un demi-espace de diamant. Maintenant nous comparons l’efficacité de génération dans ces deux géométries pour différents rapports  $k_L/\beta$ . Sur la figure [3.19] le maximum d’amplitude générée dans le demi-espace de surface libre (courbe bleue) et dans le demi-espace chargé par le diamant (courbe verte) est exposé. Comme le diamant possède une impédance acoustique largement supérieure que le verre, nous souhaitons aussi comparer l’efficacité de génération lorsque le demi-espace du verre est chargé par un demi-espace possédant une impédance acoustique inférieure (courbe rouge). La résine-époxy est choisie à cet effet, avec des propriétés  $v_L^r = 2.87 \text{ mm}/\mu\text{s}$ ,  $v_T^r = 1.28 \text{ mm}/\mu\text{s}$ , et  $\rho_r = 1.25 \text{ g}/\text{cm}^3$ .

Ce diagramme montre que l’efficacité de génération dépend de la longueur de pénétration optique et également de l’impédance acoustique. Par conséquent, la réponse sur la question « comment atteindre la génération la plus performante » n’est pas unique. Pour la majorité des rapports,  $k_L/\beta \in [0, 1]$  et  $k_L/\beta \in [6, 11]$ , l’amplitude générée dans le verre qui est chargé par le diamant est supérieure à celle d’autres cas. Cependant, entre  $k_L/\beta = 1$  et  $k_L/\beta = 6$  la génération dans le demi-espace de surface libre est plus efficace. Globalement, la génération lorsque le verre est chargé par un milieu de plus petite impédance acoustique est moins efficace que la génération lorsque le verre est chargé par un milieu de plus grande impédance.

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un modèle de calcul des diagrammes de directivité des ondes de compression et de cisaillement par une source acoustique générée dans le volume d'un demi-espace semi-transparent qui est chargé par un demi-espace transparent. Ce modèle a permis de maîtriser le chargement élastique de la surface d'un demi-espace par un demi-espace optiquement transparent et étudier son effet à la génération acoustique. La méthode proposée ici, présente des avantages de rapidité en terme de temps de calcul et de simplicité par rapport aux modèles existants, basés sur la méthode des éléments finis,<sup>69</sup> sur le calcul du champ des déplacements par le développement asymptotique de la fonction de Green,<sup>70</sup> et sur la théorie de rayon d'ordre zéro.<sup>59</sup>

Le problème de rayonnement d'une source acoustique située à la surface ou dans le volume du substrat doit être décomposé. La source rayonne simultanément vers le substrat et le milieu qui le charge. Alors, deux problèmes doivent être résolus afin de décrire intégralement la radiation d'une telle source. Les diagrammes calculés sont analysés à l'aide des coefficients de réflexion et de transmission. Les points singuliers des coefficients associés aux angles critiques fournissent des caractéristiques particulières de l'allure des diagrammes.

Finalement, nous avons effectué une comparaison entre la génération par une source volumique dans un demi-espace de verre de surface libre, et de surface chargée par un demi-espace transparent de plus grande impédance acoustique. Nous avons conclu que pour des faibles longueurs de pénétration optique devant la longueur d'onde acoustique générée dans le verre, le chargement de la surface dicte la génération et les ondes longitudinales se propagent principalement dans la direction normale. Par contre, lorsque la longueur de pénétration optique est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde acoustique, les ondes de compression se propagent selon de grands angles, i.e.  $\theta > 80^\circ$ , comme dans le cas de génération dans un demi-espace de surface libre.

Le modèle présenté ici, constitue un outil d'analyse pour différents domaines de la physique comme évoqué dans l'introduction. Il s'agit d'un modèle aussi efficace que les modèles existant dans la littérature, mais en même temps il est plus performant en termes de temps de calcul et de simplicité. D'ailleurs, la mise en équation exposée ici nous fournit la base du modèle développé dans le quatrième et dernier chapitre du manuscrit. Par suite, nous considérons la génération dans un demi-espace opaque ou semi-transparent, chargé par une couche transparente ou semi-transparente.

## Chapitre 4

# Diagrammes de directivité de sources acoustiques générées par une impulsion laser dans un demi-espace chargé par une couche élastique isotrope

### Introduction

Dans le deuxième chapitre, le rayonnement d'une source acoustique surfacique et volumique dans un milieu homogène et isotrope a été examiné. Puis, dans le troisième chapitre les diagrammes de directivité d'une source située à l'interface entre deux demi-espaces, ou dans le volume d'un demi-espace chargé par un demi-espace optiquement transparent ont été calculés et étudiés. Ces deux configurations se sont avérées utiles pour étudier l'influence des différents paramètres (longueur de pénétration optique, rapport d'impédance acoustique) sur l'efficacité de la génération. Le modèle de la génération dans un demi-espace s'applique dans le cadre des ultrasons laser aux milieux homogènes comme des plaques métalliques. Le modèle de génération par l'absorption d'un rayonnement électromagnétique à l'interface entre deux demi-espaces trouve des applications dans la technique de la cellule à enclume de diamant<sup>75</sup> et dans le domaine de la géophysique.<sup>59</sup>

Dans ce chapitre nous souhaitons étudier la génération thermoélastique d'ultrasons par absorption lumineuse dans une géométrie constituée par une couche d'épaisseur finie et un demi-espace. Le développement d'un tel modèle peut aider à répondre à des questions posées dans le cadre industriel. Des revêtements transparents ou semi-transparentes sont largement utilisés dans différents domaines, comme dans la fabrication de dispositifs micro-électroniques et ceci afin d'améliorer la performance des propriétés de conduction électrique<sup>76,77,78</sup>, ou pour modifier la réflectivité de la surface d'un composant en appliquant des revêtements optiques.<sup>79</sup>

Dans la fabrication des composants aéronautiques, des revêtements peuvent être appliqués sur les composites pour plusieurs raisons. Dans les applications spatiales par

exemple, l'aéronef est soumis à des températures élevées lors de sa rentrée dans l'atmosphère terrestre. Les pièces en composites formant le nez, les bords d'attaque et l'intrados de l'aéronef doivent résister à des températures proches de  $1600^{\circ}\text{C}$  pendant une vingtaine de minutes. Des couches à base de céramique sont déposées à la surface du composite pour offrir une barrière thermique et permettre leur utilisation dans des environnements hostiles.<sup>80,81</sup>

La complexité de la procédure de fabrication des composites (moulage de la matrice autour des fibres et solidification de la pièce par cuisson en autoclave) nécessite souvent d'intervenir sur la pièce finale pour corriger des imperfections éventuelles. La surface du composite doit être remplie ou poncée. Cette procédure ne peut être accomplie que manuellement et ainsi elle est chronophage et coûteuse. Pour contourner cette étape les ingénieurs ont développé un système de pulvérisation, afin de remplir, par création d'un revêtement, la surface de la pièce là où ceci est nécessaire.<sup>82</sup>

Il apparaît qu'une large gamme de produits industriels pour lesquels l'utilisation d'ultrasons lasers est attractive se compose d'une couche sur un substrat. La particularité se trouve dans le fait que les deux milieux ont des propriétés élastiques et d'absorption optiques différentes. Ainsi, la génération dans ce type de structure est traitée dans ce chapitre.

Bien naturellement, dans le passé plusieurs auteurs se sont intéressés à cette problématique. Différents modèles mathématiques ont été développés et diverses études ont été effectuées afin d'approfondir notre connaissance et notre compréhension de la génération opto-acoustique dans un échantillon chargé par un film transparent ou semi-transparent. En 1963, White<sup>4</sup> était le premier à étudier théoriquement l'effet d'un chargement en utilisant une condition de déplacements nuls à la surface. Ainsi, il a observé que l'amplitude de l'onde générée est beaucoup plus importante que l'amplitude associée à la génération dans un échantillon soumis à une condition de surface libre. Cette augmentation d'amplitude est attribuée à l'inertie de la surface. Quelques années plus tard, Von Gutfeld<sup>83</sup> valida expérimentalement les prédictions théoriques précédentes. Il déposa un film polycristallin optiquement absorbant entre un substrat d'oxyde d'aluminium et une couche transparente de silice. Dans ce cas, l'amplitude générée présente une augmentation de 40 dB de plus que la génération pour une surface libre, due à l'inertie du milieu contraignant.

Hutchins<sup>73</sup> a mesuré expérimentalement les diagrammes de directivité d'une source acoustique linéique située à l'interface d'une plaque d'aluminium, chargée par un film de verre ou une goutte d'huile. Dans les deux cas, le chargement de l'aluminium induit la génération de contraintes normales à la surface. Dans le premier cas c'est l'expansion thermique qui entraîne des contraintes normales, tandis que dans le deuxième cas, la vaporisation de l'huile s'accompagne d'un transfert de quantité de mouvement qui crée une force normale à la surface.

Royer<sup>72</sup> a développé un modèle analytique unidimensionnel, dans lequel un demi-espace optiquement absorbant est chargé par une couche transparente d'épaisseur  $d$ . Il a étudié l'effet de l'épaisseur de la couche sur la génération pour différents rapports d'impédance acoustique  $Z_c$  de la couche et  $Z$  du substrat. Il a conclu que lorsque  $Z_c \gg Z$ , l'efficacité de la génération est la même que pour deux milieux semi-infinis si l'épaisseur  $d$  de la couche est très petite devant la longueur d'onde acoustique  $\lambda_L^c$ . Dans le cas contraire, si  $Z_c \ll Z$  la génération est améliorée pour  $d = \lambda_L^c/4$  du fait de la résonance quart d'onde.

Coulette<sup>28</sup> a proposé un modèle semi-analytique bidimensionnel de génération thermoélastique dans un bicouche, basé sur l'équation de Christoffel, l'équation de la chaleur, et les équations obtenues par les conditions aux limites. Ce modèle est utilisé pour la caractérisation d'un revêtement, et l'optimisation de son épaisseur afin d'améliorer la détection des défauts parallèles à la surface dus à la corrosion d'une pièce métallique.

Achenbach<sup>84</sup> a développé un modèle qui représente la source acoustique comme une source élastique localisée à la surface et composée de contraintes normales et tangentielles. Le déplacement normal est alors calculé pour différentes configurations. Les cas traités sont la génération : dans un bicouche possédant un revêtement de vitesses acoustiques supérieures à celles du substrat, dans le cas contraire, dans deux films posés sur un demi-espace, et enfin dans une plaque à trois couches. Les polarisations des ondes générées par laser dans chaque configuration sont déterminées. De plus, les effets à la génération associés aux propriétés de chaque couche, comme l'impédance acoustique et l'épaisseur, et aux paramètres du laser de génération, comme la taille du spot, la durée d'impulsion, et l'énergie ont été examinés.

Plus récemment, le développement de calculateurs puissants a permis l'utilisation de modèles purement numériques basés sur la méthode des éléments finies. Xu<sup>85</sup> a présenté en 2006 un modèle de génération dans un bicouche en prenant en compte la dépendance thermique des propriétés des milieux. Le calcul effectué a montré que le gradient du champ de température est équivalent aux forces de volume, générées dans la direction normale et parallèle par rapport à la surface. De plus, les fronts d'onde à l'épicentre sont analysés. Des fortes oscillations dues aux réflexions multiples dans la couche de revêtement sont présentes après l'apparition du précurseur. Il devient clair que l'épaisseur de la couche a une forte influence sur la forme des ondes à l'épicentre.

Dans ce chapitre nous présentons un modèle de calcul des diagrammes de directivité associés à une source acoustique générée par irradiation laser d'une géométrie couche/demi-espace. Comme les modèles présentés dans les deux chapitres précédents, celui-ci est basé sur l'application du théorème de réciprocité. Tout d'abord, nous considérons que la couche est optiquement transparente à la longueur d'onde optique du laser, et ensuite nous traitons le cas où la couche absorbe une partie de l'énergie électromagnétique. Dans le premier cas, le faisceau du laser traverse toute la couche et il est absorbé par le substrat. Dans le deuxième cas, l'absorption optique entraîne une source acoustique distribuée dans la couche. En tous cas, la présence de la couche élastique modifie les conditions aux limites.

Nous commençons ce chapitre par une présentation de la géométrie et des hypothèses du modèle (section 4.1). Ensuite, dans la section 4.2 nous exposons le principe du calcul des fonctions de directivité associées à une source acoustique de type quadripolaire générée à l'interface entre une couche transparente et un demi-espace semi-transparent. Puis, la section 4.3 est dédiée au calcul des diagrammes de directivité résultants d'une source distribuée dans le volume de la couche. Désormais, la couche est considérée **faiblement** absorbante, et le substrat **fortement** absorbant. Ensuite, ce modèle est utilisé pour étudier la génération photo-acoustique dans un échantillon bicouche de résine et de CFRP<sup>i</sup> (section 4.4). Finalement, dans la section 4.5 nous effectuons une comparaison

---

i. CFRP : Carbon Fiber Reinforced Polymere. En français : polymère à renfort fibre de carbone.

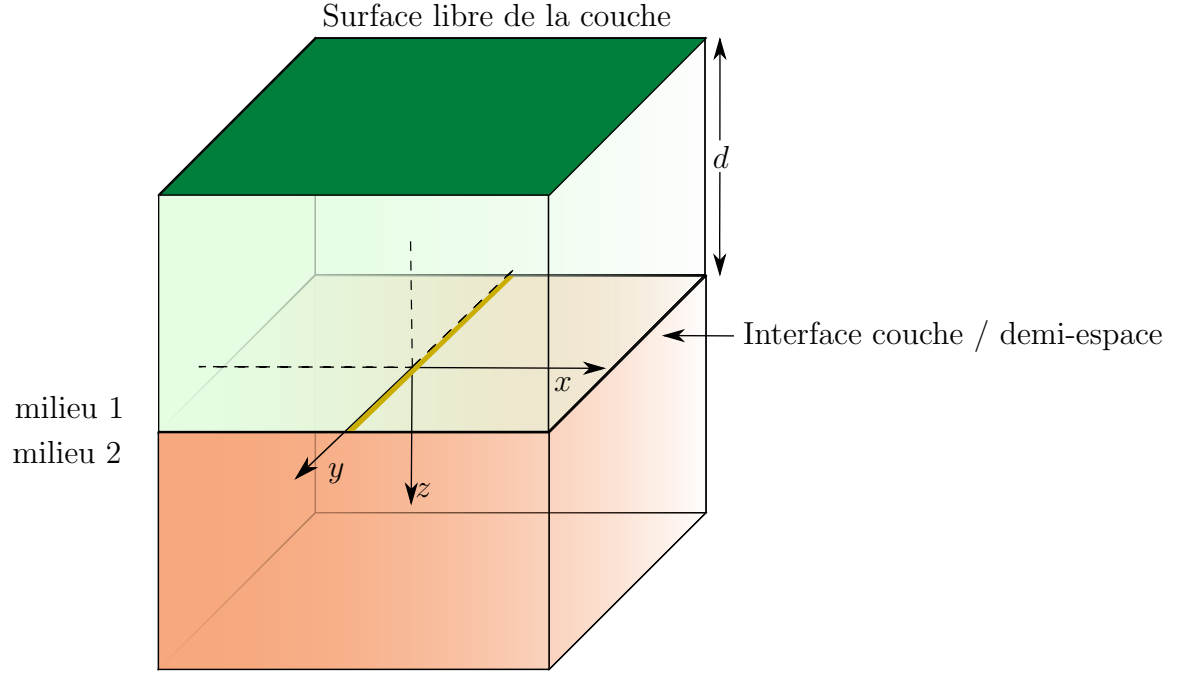


FIGURE 4.1 – Présentation de la géométrie considérée dans ce chapitre. Le demi-espace défini par  $z > 0$  représente le milieu opaque, et la couche occupe l'espace  $z \in [-d, 0]$ .

de l'efficacité de la génération acoustique dans une pièce composite pour deux lasers, un Nd:YAG et un  $\text{CO}_2$ .

## 4.1 Description de la géométrie et des hypothèses

Dans ce chapitre nous considérons un demi-espace absorbant l'énergie électromagnétique et chargé par une couche d'épaisseur  $d$  finie, absorbante ou transparente. La géométrie considérée est illustrée sur la figure [4.1]. Le substrat occupe le demi-espace défini pour  $z \geq 0$ . La couche est située dans le demi-espace  $z < 0$ , et sa surface libre est localisée en  $z = -d$ . Dans la section 4.2 nous considérons la couche comme étant optiquement transparente et le demi-espace opaque. Dans la section 4.3 la couche est supposée semi-transparente. Les célérités acoustiques pour les ondes de polarisation longitudinale et transversale dans les deux milieux sont respectivement  $v_L^1, v_T^1$  et  $v_L^2, v_T^2$ . Les masses volumiques des deux milieux sont notées  $\rho_1$  et  $\rho_2$ . Le faisceau du laser traverse la couche transparente et il est incident à l'interface couche/demi-espace en  $z = 0$ . Ainsi, le substrat absorbe une partie de la radiation électromagnétique. Le faisceau laser est focalisé selon une ligne suivant l'axe  $y$ , ainsi la source acoustique linéique est aussi orientée selon l'axe  $y$  et nous pouvons réduire les variables spatiales dans le plan principal  $(x, z)$ . Similairement aux deux chapitres précédents, le repère polaire  $(O, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$  est utilisé afin de simplifier les calculs.

## 4.2 Génération à l'interface d'un demi-espace opaque chargé par une couche transparente

Dans cette section la génération acoustique à l'interface d'un demi-espace opaque chargé par une couche transparente est traitée. Cette section est organisée de façon identique aux deux chapitres précédents. En premier lieu, le paragraphe §(4.2.1) est consacré à la description des problèmes physique et réciproque à résoudre. Ensuite dans le paragraphe §(4.2.2), l'évolution des coefficients de réflexion et transmission des ondes acoustiques dans la géométrie couche/demi-espace est commentée. Puis les fonctions de directivité des ondes acoustiques de polarisation longitudinale et transversale émises dans le substrat sont données dans le paragraphe §(4.2.3). Enfin, dans le paragraphe §(4.2.4) les résultats issus de ce modèle sont confrontés à la littérature, et une étude paramétrique du modèle concernant l'épaisseur  $d$  de la couche et les impédances acoustiques de deux milieux est exposée.

### 4.2.1 Description du problème physique et du problème réciproque

La mise en pratique du théorème de réciprocité nécessite la spécification d'un problème physique et du problème réciproque associé. La couche étant ici transparente, l'absorption a lieu dans le substrat qui est considéré comme opaque. La source acoustique est localisée alors à l'interface de deux milieux. Nous considérons une force  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$  de la surface du deuxième milieu, c'est-à-dire, à l'interface de la couche et du substrat. Nous nous intéressons au champ acoustique émis dans le volume du substrat, le point d'observation  $M$  est donc localisé dans ce milieu. Le problème physique à traiter s'énonce ainsi : soit une force  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$ , nous cherchons à évaluer les amplitudes  $u_L^M$  et  $u_T^M$  du vecteur déplacement  $\mathbf{u}(M)$ , généré au point  $M$  situé dans le deuxième milieu. Le problème réciproque associé au problème physique revient alors à considérer une force  $\mathbf{F}^M$  appliquée au point  $M$  du milieu 2 qui génère un déplacement  $\mathbf{u}(O)$  au point  $O$ . La méthodologie est identique à celle suivie dans le paragraphe §(2.2.1) et permet de déduire les amplitudes  $u_L^M$  et  $u_T^M$ . Sur la figure [4.2] les problèmes physiques et réciproques associés aux ondes de polarisation longitudinale et transversale sont schématisés. La force considérée dans le problème réciproque génère une onde  $\mathbf{u}_{L_i}$  qui se propage vers l'interface. Deux ondes sont générées par réflexion  $\mathbf{u}_{L_r}$ ,  $\mathbf{u}_{T_r}$  et deux ondes  $\mathbf{u}_{L_t}$ ,  $\mathbf{u}_{T_t}$  par transmission dans la couche. Les ondes transmises se propagent dans la couche et ensuite se réfléchissent à sa surface libre située en  $z = -d$ . Deux ondes réfléchies  $\mathbf{u}_{L_r}^d$ ,  $\mathbf{u}_{L_t}^d$  vont à leur tour se propager vers l'interface couche/substrat. L'amplitude de toutes les ondes est exprimée au moyen des coefficients de réflexion et transmission dont le calcul est détaillé dans le paragraphe §(4.2.2). La composante suivant  $\mathbf{z}$  des vecteurs d'ondes  $\mathbf{k}_{L_r}$ ,  $\mathbf{k}_{T_r}$ ,  $\mathbf{k}_{L_t}$ , et  $\mathbf{k}_{T_t}$  est calculée comme dans le paragraphe §(3.2.1) du troisième chapitre. De plus, pour toutes les ondes la composante du vecteur d'onde suivant  $\mathbf{x}$  est commune et égale à  $k_x$ .

En ce qui concerne les ondes  $\mathbf{u}_{L_r}^d$ ,  $\mathbf{u}_{L_t}^d$  générées par réflexion en  $z = -d$ , la composante suivant  $\mathbf{x}$  des vecteurs d'ondes est aussi égale à  $k_x$ . Ainsi, dans le premier milieu les



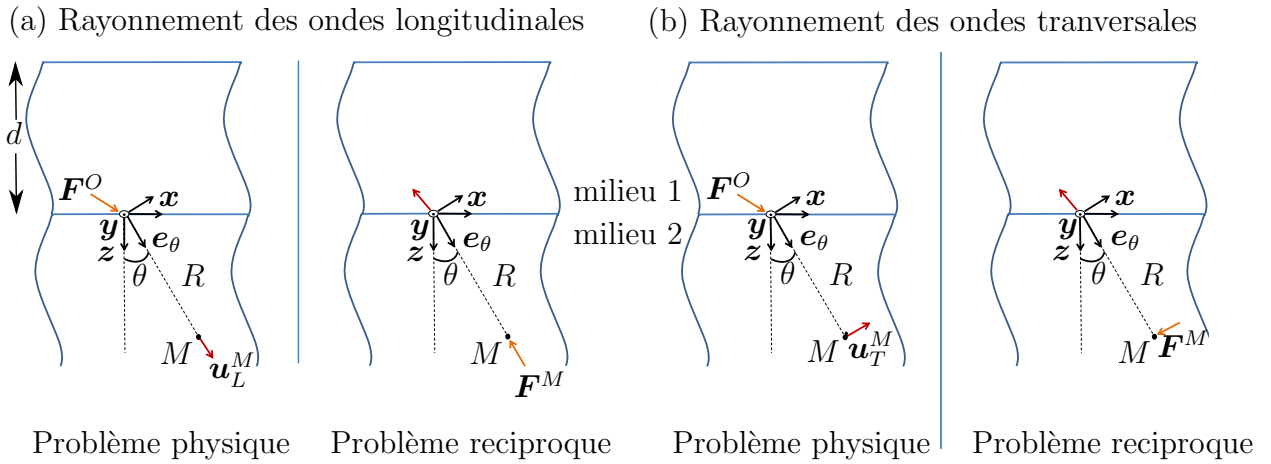


FIGURE 4.2 – Description du problème physique et réciproque d’une source se situant au point  $O$  à l’interface milieu 1/milieu 2, rayonnant des ondes (a) longitudinales et (b) transversales.

composantes suivant  $z$  des vecteurs d’ondes  $\mathbf{k}_{Lr}^d$  et  $\mathbf{k}_{Tr}^d$  sont respectivement égales à  $k_z^{Lr}$  et  $k_z^{Tr}$ .

#### 4.2.2 Calcul des coefficients de réflexion et transmission d’un problème à 7 ondes

Nous avons décrit le calcul des vecteurs de polarisation et des vecteurs d’ondes des ondes générées dans la géométrie couche sur substrat lorsque une onde incidente interagit avec l’interface entre les deux milieux. Il reste à déterminer l’amplitude de ces ondes afin de décrire entièrement la génération et la propagation dans cette géométrie. Le calcul des coefficients de réflexion et transmission est maintenant détaillé, sous l’hypothèse que l’onde incidente possède une polarisation longitudinale et se propage dans le volume du milieu 2. L’amplitude des ondes réfléchies et transmises est obtenue par le calcul des coefficients  $R_{LL}^{22}$ ,  $R_{LT}^{22}$ ,  $T_{LL}^{21}$  et  $T_{LT}^{21}$ . L’amplitude des ondes générées par réflexion à la surface libre de la couche en  $z = -d$  s’exprime à l’aide des coefficients  $R_{LL}^d$ , et  $R_{LT}^d$ . Il s’agit donc d’un problème à sept ondes : une onde incidente d’amplitude connue, et six ondes réfléchies et transmises dont nous recherchons les amplitudes. Pour la résolution du problème, il faut imposer des conditions aux limites sur les deux interfaces rencontrées lors de la propagation des ondes acoustiques. Sur la surface de la couche en  $z = -d$ , nous appliquons des conditions de surface libre, i.e. le vecteur contrainte normal à la surface est nul. Cette condition s’écrit :

- Somme nulle des composantes selon l’axe  $z$  du vecteur contrainte normal à la surface :

$$\sigma_{zz}^{L_t} + \sigma_{zz}^{T_t} + \sigma_{zz}^{L_r,d} + \sigma_{zz}^{T_r,d} \Big|_{z=-d} = 0, \quad (4.1a)$$

- Somme nulle des composantes selon l’axe  $x$  du vecteur contrainte normal à la surface :

$$\sigma_{xz}^{L_t} + \sigma_{xz}^{T_t} + \sigma_{xz}^{L_r,d} + \sigma_{xz}^{T_r,d} \Big|_{z=-d} = 0, \quad (4.1b)$$

où  $\sigma_{zz}^{T_t}$ ,  $\sigma_{zz}^{L_t}$ , et  $\sigma_{zz}^{T_r,d}$ ,  $\sigma_{zz}^{L_r,d}$  sont les contraintes mécaniques associées aux ondes transmises par l'interface en  $z = 0$ , et réfléchies à la surface libre en  $z = -d$  avec et sans conversion de mode.

Le problème de la réflexion et de la transmission des ondes à l'interface entre deux demi-espaces a été traité en détails dans le paragraphe §(3.2.2) du troisième chapitre. Nous avons vu que dans ce cas, les ondes en présence sont l'onde incidente  $\mathbf{u}_i$  à l'interface, les deux ondes réfléchies  $\mathbf{u}_{T_r}$ ,  $\mathbf{u}_{L_r}$ , et les deux ondes transmises  $\mathbf{u}_{T_t}$ ,  $\mathbf{u}_{L_t}$  dans le deuxième milieu. Il s'agissait d'un problème à cinq ondes. Pour la résolution de ce problème les conditions de continuité des déplacements et des contraintes ont été utilisées. Dans le cas traité ici, la présence de la surface libre de la couche rend le problème un peu plus complexe. Les réflexions des ondes  $\mathbf{u}_{L_t}$ ,  $\mathbf{u}_{T_t}$  à la surface de la couche, se propagent jusqu'à l'interface en  $z = 0$  et contribuent aux conditions de continuité des déplacements et des contraintes. Ainsi le problème à l'interface devient un problème à sept ondes, les cinq ondes du problème d'une interface, et les deux ondes réfléchies à la surface libre avec et sans conversion de mode,  $\mathbf{u}_{T_r}^d$  et  $\mathbf{u}_{L_r}^d$ . Les conditions aux limites s'écrivent alors à l'interface :

- Continuité de la composante normale du déplacement, à l'interface  $z = 0$  :

$$u_z^{L_i} + u_z^{L_r} + u_z^{T_r} \Big|_{z=0} = u_z^{L_t} + u_z^{T_t} + u_z^{L_r,d} + u_z^{T_r,d} \Big|_{z=0}, \quad (4.2a)$$

- Continuité de la composante tangentielle du déplacement, à l'interface  $z = 0$  :

$$u_x^{L_i} + u_x^{L_r} + u_x^{T_r} \Big|_{z=0} = u_x^{L_t} + u_x^{T_t} + u_x^{L_r,d} + u_x^{T_r,d} \Big|_{z=0}, \quad (4.2b)$$

- Continuité des composantes selon l'axe  $z$  des vecteurs contraintes normaux à l'interface  $z = 0$  :

$$\sigma_{zz}^{L_i} + \sigma_{zz}^{L_r} + \sigma_{zz}^{T_r} \Big|_{z=0} = \sigma_{zz}^{L_t} + \sigma_{zz}^{T_t} + \sigma_{zz}^{L_r,d} + \sigma_{zz}^{T_r,d} \Big|_{z=0}, \quad (4.2c)$$

- Continuité des composantes selon l'axe  $x$  des vecteurs contraintes normaux à l'interface  $z = 0$  :

$$\sigma_{xz}^{L_i} + \sigma_{xz}^{L_r} + \sigma_{xz}^{T_r} \Big|_{z=0} = \sigma_{xz}^{L_t} + \sigma_{xz}^{T_t} + \sigma_{xz}^{L_r,d} + \sigma_{xz}^{T_r,d} \Big|_{z=0}, \quad (4.2d)$$

Les relations (4.1) et (4.2) forment un système linéaire  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , où  $A$  est une matrice de taille  $6 \times 6$ ,  $\mathbf{b}$  est un vecteur de taille  $6 \times 1$ , et  $\mathbf{x}$  est le vecteur dont les composantes sont les six coefficients de réflexion et de transmission  $R_{LL}^d$ ,  $R_{LT}^d$ ,  $R_{LL}^{22}$ ,  $R_{LT}^{22}$ ,  $T_{LL}^{21}$ ,  $T_{LT}^{21}$  inconnues. Les conditions aux limites sont définies de telle façon que les coefficients  $T_{LL}^{21}$ ,  $T_{LT}^{21}$  comprennent la contribution des ondes réfléchies sur l'interface en  $z = 0$ , initialement générées par réflexion sur la surface de la couche en  $z = -d$ .

À partir du système exposé dans ce paragraphe, nous pouvons également envisager l'extension du modèle vers une application de génération dans une multicouche. Dans ce cas, nous allons segmenter le problème de réflexion et de transmission sur les différentes interfaces en sous-problèmes concernant les différentes couches. Les sous-problèmes seront ensuite liés par le moyen des matrices de transfert.

### 4.2.3 Fonctions de directivité $f_L^s$ et $f_T^s$ des ondes de polarisation longitudinale et transversale dans le substrat

Les fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement sont données dans ce paragraphe. Notons  $F$  l'amplitude de la force harmonique  $\mathbf{F}^M$  du problème physique pour les ondes de compression. La force  $\mathbf{F}_L^M$  du problème réciproque est définie par :

$$\mathbf{F}_L^M = F e^{j\omega t} \mathbf{e}_r. \quad (4.3)$$

Les ondes générées par l'application de la force  $\mathbf{F}_L^M$  au point  $M$  sont schématisées sur la figure [4.3]. L'onde  $\mathbf{u}_i$  est incidente à l'interface, les ondes  $\mathbf{u}_{L_r}, \mathbf{u}_{T_r}, \mathbf{u}_{L_t}, \mathbf{u}_{T_t}$  sont réfléchies et transmises à l'interface et les ondes  $\mathbf{u}_{L_r}^d$  et  $\mathbf{u}_{T_r}^d$  sont réfléchies à la surface libre de la couche. Les ondes contribuant au champ acoustique qui est rayonné dans le substrat sont les ondes  $\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_{L_r}$ , et  $\mathbf{u}_{T_r}$ .

Si nous considérons que l'origine des phases est située au point  $O$ , les déplacements causés en un point  $P$  quelconque du substrat par celles-ci sont :

- l'onde incidente  $\mathbf{u}_{L_i}$  de polarisation longitudinale :

$$\mathbf{u}_{L_i}(P) = U_{L_i} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_i} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_i}, \quad (4.4a)$$

- l'onde  $\mathbf{u}_{L_r}$  réfléchie à la surface, possédant une polarisation identique à celle de l'onde incidente :

$$\mathbf{u}_{L_r}(P) = U_{L_r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_r} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_r}, \quad (4.4b)$$

- l'onde  $\mathbf{u}_{T_r}$  réfléchie à la surface après une conversion de mode :

$$\mathbf{u}_{T_r}(P) = U_{T_r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{T_r} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{T_r}, \quad (4.4c)$$

où  $U_{L_i}, U_{L_r}, U_{L_t}$  et  $\mathbf{n}_{L_i}, \mathbf{n}_{L_r}$ , et  $\mathbf{n}_{L_t}$  sont respectivement les amplitudes et les vecteurs de polarisation des ondes incidentes et réfléchies. La démarche pour le calcul de la fonction de directivité est similaire à celle présentée dans le paragraphe §(2.2.2) du deuxième chapitre, nous n'exposons pas alors les détails. La fonction de directivité des ondes de compression  $f_L(\theta)$  pour une force harmonique  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$  à l'interface est donnée par :

$$f_L^s(\theta) = [\mathbf{n}_{L_i}(\theta) + \mathbf{n}_{L_r}(\theta) R_{LL}^{22}(\theta) + \mathbf{n}_{T_r}(\theta) R_{LT}^{22}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (4.5a)$$

La fonction de directivité des ondes de cisaillement générées par une force harmonique  $\mathbf{F}^O$  appliquée au point  $O$  à l'interface couche/demi-espace est donnée sans détailler le calcul par :

$$f_T^s(\theta) = [\mathbf{n}_{T_i}(\theta) + \mathbf{n}_{T_r}(\theta) R_{TT}^{22}(\theta) + \mathbf{n}_{L_r}(\theta) R_{TL}^{22}(\theta)] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}, \quad (4.5b)$$

où  $\mathbf{n}_{T_i}, \mathbf{n}_{L_r}, \mathbf{n}_{T_r}$ , sont les vecteurs de polarisation de l'onde incidente transversale, et des ondes réfléchies, et  $R_{TL}^{22}, R_{TT}^{22}$  les coefficients de réflexion à l'interface avec et sans conversion de mode. Les détails du calcul sont donnés dans le paragraphe §(2.2.3) du deuxième chapitre.

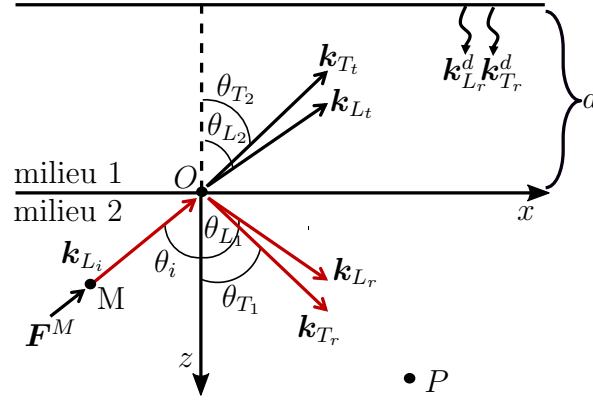


FIGURE 4.3 – Problème réciproque associé au problème physique d’une source acoustique située à l’interface et rayonnant vers un point  $P$  du milieu 2.

Dans la suite de cette section, nous considérons une source de type quadripolaire localisée à l’interface du milieu transparent et du substrat opaque. Les fonctions de directivité d’une telle source sont obtenues en appliquant aux équations (4.5) la méthode présentée dans le paragraphe §(2.4.1) du deuxième chapitre.

#### 4.2.4 Étude des mécanismes de génération

Dans ce paragraphe, le modèle présenté dans le paragraphe §(4.2.3) est utilisé afin de comparer les résultats avec la littérature, de maîtriser les différents paramètres de génération, et étudier les cas limites. La couche étant transparente à la radiation électromagnétique, uniquement ses paramètres physiques interviennent à la génération, tels que l’épaisseur et l’impédance acoustique, i.e. la masse volumique et les célérités acoustiques. Tout d’abord, une confrontation de nos résultats avec ceux retrouvés dans la littérature est faite afin de vérifier la fiabilité de notre modèle. Puis, nous examinons les diagrammes de directivité dans le cas d’une géométrie où l’épaisseur  $d$  de la couche est très petite devant la longueur d’onde acoustique longitudinale générée dans la couche  $\lambda_L^c$ . Ensuite, nous nous intéressons au cas où l’épaisseur  $d$  devient comparable ou même plus grande que  $\lambda_L^c$ . Ainsi, deux situations intéressantes se produisent : le cas où  $d = \lambda_L^c/4$  et  $d = \lambda_L^c/2$ . Pour bien cerner le rôle du rapport  $d/\lambda_L^c$  sur la génération, nous examinons l’efficacité de génération pour une large gamme des épaisseurs de la couche. Comme nous allons voir, en parallèle avec le rapport  $d/\lambda_L^c$ , les impédances acoustiques des deux milieux jouent un rôle important pour la génération acoustique.

#### Confrontation du calcul de directivité des ondes de polarisation transversale avec les résultats issus de la littérature

Dans le travail de Jilek et Cervený,<sup>59</sup> une source de dilatation sismique est considérée à l’interface entre un demi-espace et un film, isotropes et homogènes. Nous allons reproduire cette situation de génération d’ondes sismiques avec notre modèle. Les propriétés

du film sont  $v_L^f = 0.4$  km/s,  $v_T^f = 0.15$  km/s,  $\rho^f = 1.78$  g/cm<sup>3</sup>, et les propriétés du demi-espace, représentatif de la terre, sont  $v_L^s = 2$  km/s,  $v_T^s = 1.15$  km/s,  $\rho^s = 1.5$  g/cm<sup>3</sup>. L'épaisseur du film est fixée à  $d = 3$  m. Les diagrammes de radiation associés aux ondes de cisaillement sont calculés pour différentes fréquences de génération entre 5 Hz et 40 Hz, et ils sont comparés sur la figure [4.4] aux résultats obtenus par Jilek et Cerveny. Pour ces fréquences de génération les rapports entre l'épaisseur du film  $d$  et la longueur d'onde acoustique générée  $\lambda_T^f$  dans le film sont  $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ , et  $0.8$ . Pour toutes les fréquences nous constatons un très bon accord. Les diagrammes présentés ici sont similaires aux diagrammes typiques des ondes de cisaillement pour une génération thermoélastique dans un demi-espace, comme le montre la comparaison de la figure [4.4] avec la figure [2.7b] du deuxième chapitre. L'amplitude des ondes émises dans la direction normale est quasiment nulle. Une forte augmentation de l'amplitude est observée dans la direction de l'angle critique  $\theta_{cr} = \arcsin(v_T^s/v_L^s) \approx 35.6^\circ$ , due aux ondes de compression rasantes qui sont converties en mode transversal, et finalement un lobe typique apparaît à  $65^\circ$ .

### Chargement d'un demi-espace par une couche d'épaisseur $d$ faible devant la longueur d'onde acoustique $\lambda_L^c$

Examinons d'abord les diagrammes de directivité pour une épaisseur de la couche faible devant  $\lambda_L^c$ . La figure [4.5] illustre les diagrammes de radiation d'une source acoustique générée par absorption optique dans un demi-espace d'aluminium, chargé par une couche de diamant pour différentes épaisseurs. Les propriétés de l'aluminium et du diamant sont reportées dans le tableau [3.1] du troisième chapitre. Les courbes correspondent au calcul de diagrammes pour les épaisseurs de la couche suivantes :  $d =$  (i)  $0$   $\mu\text{m}$ , (ii)  $2.5$   $\mu\text{m}$ , (iii)  $5$   $\mu\text{m}$ , (iv)  $7.5$   $\mu\text{m}$ , (v)  $10$   $\mu\text{m}$ , et elles sont normalisées par leur valeur maximale. Les rapports entre l'épaisseur et la longueur d'onde dans la couche sont :  $r = d/\lambda_L^c \approx$  (i)  $0$ , (ii)  $0.0014$ , (iii)  $0.0028$ , (iv)  $0.0042$ , et (v)  $0.0056$  respectivement. Nous rappelons que la longueur d'onde acoustique  $\lambda_L^c$  générée dans le diamant pour une impulsion laser de 100 ns est égale à 1.8 mm. Le diagramme de radiation (i) calculé pour  $d = 0$  est identique au diagramme [2.7b] du deuxième chapitre, qui correspond à une génération en régime thermoélastique dans un demi-espace absorbant **fortement** la radiation électromagnétique. Il s'agit d'un cas limite où la couche est négligée et n'a aucune influence sur la génération.

Les diagrammes de directivité tracés pour  $d =$  (ii)  $2.5$   $\mu\text{m}$ , (iii)  $5$   $\mu\text{m}$ , (iv)  $7.5$   $\mu\text{m}$ , (v)  $10$   $\mu\text{m}$ , indiquent que la présence de la couche induit une radiation acoustique de polarisation longitudinale dans la direction normale à l'interface. Malgré le fait que les ondes ont une grande longueur d'onde devant l'épaisseur  $d$  et ne se propagent pas dans la couche, cette dernière a une influence sur la génération. Plus précisément, lorsque le substrat se dilate à cause de l'élévation thermique résultant de l'absorption optique de la radiation lumineuse, la couche exerce une résistance à ce mouvement, qui induit ensuite des contraintes normales à l'interface. Ces contraintes sont à l'origine d'ondes longitudinales émises dans cette direction.

Cependant, il apparaît clairement que pour le cas exposé, les directions de propagation privilégiées sont toujours les directions latérales, comprises environ entre  $30^\circ$  et

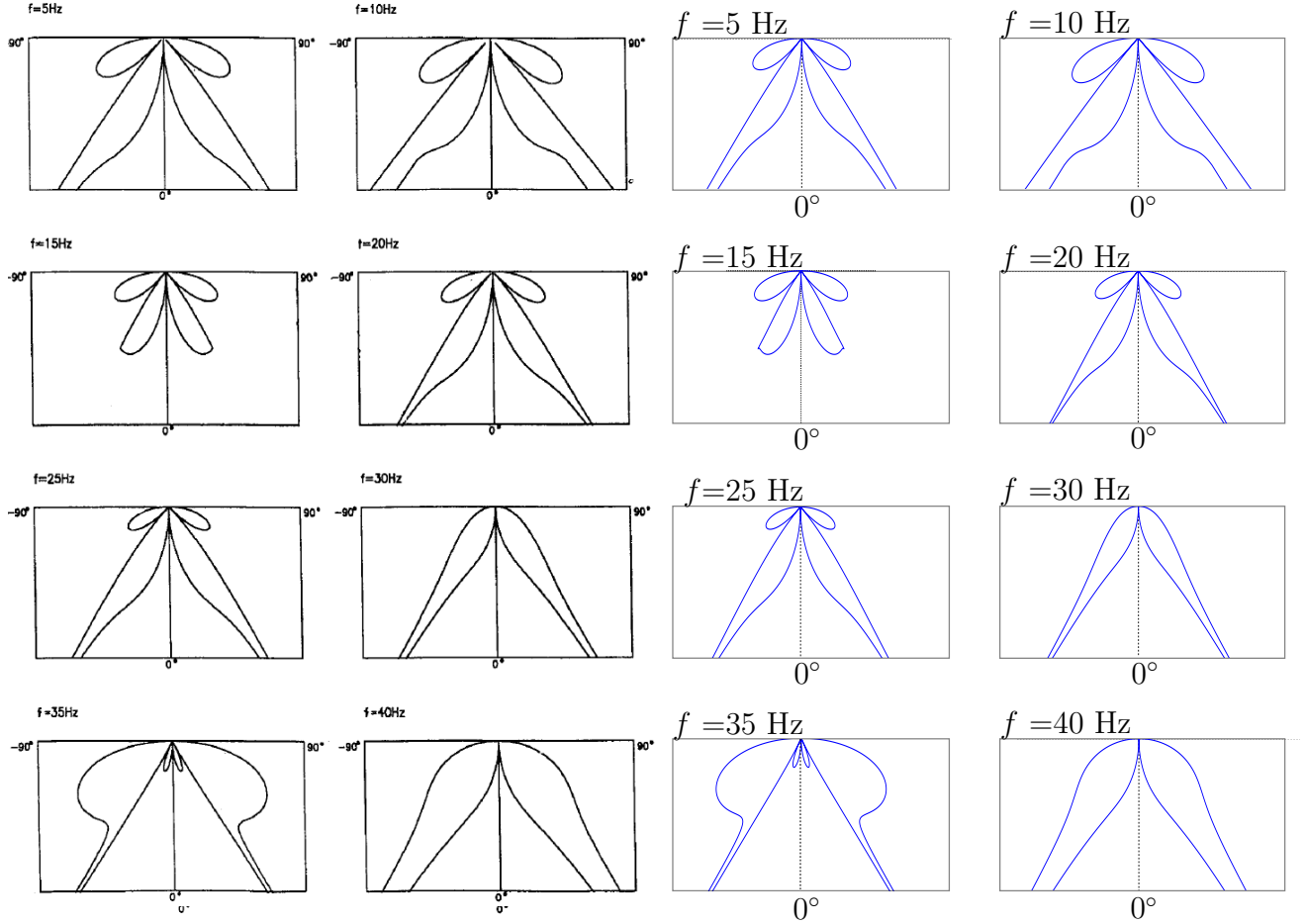


FIGURE 4.4 – Comparaison entre le modèle de Jilek et Cerveny<sup>59</sup> (gauche) et notre modèle (droite), des diagrammes de radiation des ondes de cisaillement pour une source de dilatation située à l'interface entre un film d'épaisseur  $d = 3$  m et un demi-espace. Les diagrammes sont calculés pour des fréquences entre 5 Hz et 40 Hz avec un pas de 5 Hz. Pour ces fréquences de génération les rapports entre l'épaisseur du film  $d$  et la longueur d'onde acoustique générée  $\lambda_T^f$  dans le film sont :  $r = (1) 0.1, (2) 0.2, (3) 0.3, (4) 0.4, (5) 0.5, (6) 0.6, (7) 0.7, (8) 0.8$ .

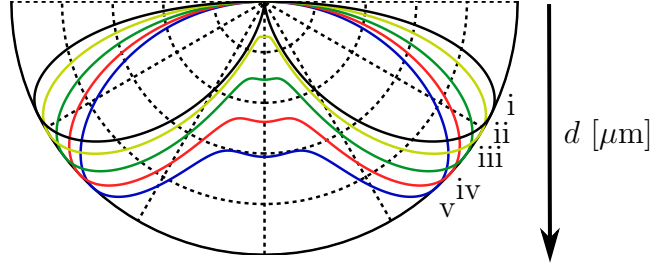


FIGURE 4.5 – Diagrammes de directivité des ondes de polarisation longitudinale d’une source située à l’interface de la couche/demi-espace pour différentes épaisseurs de la couche  $d =$  (i)  $0 \mu\text{m}$ , (ii)  $2.5 \mu\text{m}$ , (iii)  $5 \mu\text{m}$ , (iv)  $7.5 \mu\text{m}$ , (v)  $10 \mu\text{m}$ . Les rapports  $r = d/\lambda_L^c$  sont : (i) 0, (ii) 0.0014, (iii) 0.0028, (iv) 0.0042, et (v) 0.0056 respectivement, pour  $\lambda_L^c = 1.8 \text{ mm}$  dans une couche de diamant.

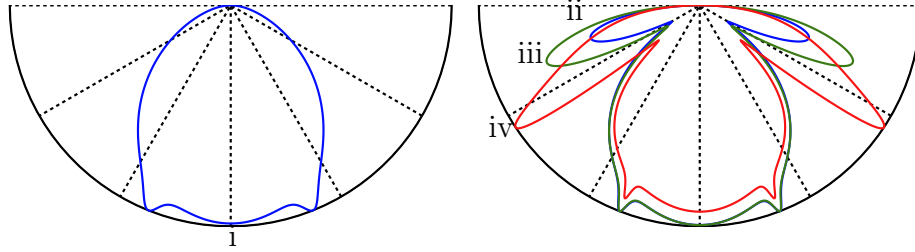


FIGURE 4.6 – Diagrammes de directivité pour les ondes de compression d’une source située à l’interface de la couche/demi-espace pour différents rapports  $r$  de l’épaisseur de la couche  $d$  sur la longueur d’onde acoustique dans la couche  $\lambda_L^c$ .  $r =$  (i) 0.05 , (ii) 0.11 , (iii) 0.12 , (iv) 0.16.

$60^\circ$  comme pour la génération dans un demi-espace. Cela s’explique par le fait que la couche étant assez mince, elle n’induit pas de contraintes normales très importantes, et les caractéristiques d’une génération thermoélastique dans un demi-espace dominant.

Sur la figure [4.6] les rapports considérés sont  $r = d/\lambda_L^c =$  (i) 0.05 , (ii) 0.11 , (iii) 0.12 , (iv) 0.16. Pour le rapport  $r = 0.05$  l’épaisseur de la couche est largement inférieure à la longueur d’onde. Dans ce cas l’émission d’ondes de compression se fait principalement dans les directions entre  $0^\circ$  et  $21^\circ$ . L’angle  $21^\circ$  correspond à l’angle critique  $\theta_{cr} = \text{asin}(v_L^1/v_L^2)$ . A partir de cet angle l’amplitude des ondes décroît fortement, et au-delà de  $60^\circ$  il y a quasiment plus aucune émission d’ondes.

L’augmentation de l’épaisseur  $d$ , i.e. courbes (ii), (iii), (iv) de la figure [4.6], entraîne une émission acoustique dans les directions latérales. L’amplitude de deux lobes orientés autour de  $60^\circ$  augmente avec l’épaisseur. En même temps, nous observons la tendance de ces lobes à s’orienter vers la direction normale. Pour  $d/\lambda_L^c = 0.16$ , i.e. courbe (iv), l’amplitude des lobes est aussi importante que l’amplitude dans la direction normale.

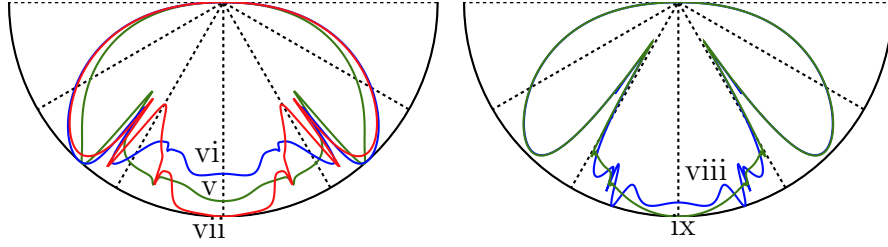


FIGURE 4.7 – Diagrammes de directivité pour les ondes de compression d’une source située à l’interface de la couche/demi-espace pour différents rapports  $r$  de l’épaisseur de la couche  $d$  sur la longueur d’onde acoustique dans la couche  $\lambda_L^c$ .  $r =$  (v) 0.4, (vi) 0.5, (vii) 0.6, (viii) 1, (ix) 3.

### Chargement d’un demi-espace par une couche d’épaisseur $d$ comparable ou supérieure devant la longueur d’onde acoustique $\lambda_L^c$

Dans ce paragraphe, nous exposons les diagrammes pour des épaisseurs  $d$  de la couche comparables ( $r \approx 0.5$ ) ou plus grandes ( $r \geq 1$ ) que  $\lambda_L^c$ . Sur la figure [4.7] les cas  $r = d/\lambda_L^c =$  (v) 0.4, (vi) 0.5, (vii) 0.6, (viii) 1, (ix) 3 sont exposés. Les diagrammes (vi), (vii), (viii) correspondent aux épaisseurs  $d$  autour la moitié de la longueur d’onde  $\lambda_L^c$ . Désormais, l’allure des directivités approche fortement le diagramme de directivité qui correspond à une génération à l’interface entre deux demi-espaces de diamant/aluminium et qui est montré en coordonnées cartésiennes sur la figure [3.12a] du troisième chapitre. Les deux lobes latéraux sont orientés à  $45^\circ$  et en même temps leur amplitude est équivalente à celle des ondes rayonnées autour de la direction normale. Le cas  $r =$  (vi) 0.5 nécessite une attention particulière car une épaisseur moitié de la longueur d’onde induit des résonances acoustiques comme nous allons voir dans le paragraphe suivant.

Enfin, lorsque l’épaisseur  $d$  devient équivalente ou supérieure à la longueur d’onde acoustique  $\lambda_L^c$ , la couche se comporte comme un demi-espace. La courbe associée à une épaisseur supérieure, i.e. courbe (ix), coïncide parfaitement avec la figure [3.12a] du troisième chapitre, qui représente en coordonnées cartésiennes la génération à l’interface entre un demi-espace de diamant et un demi-espace d’aluminium.

La description des figures [4.5], [4.6], et [4.7] démontre clairement que la direction de propagation des ondes acoustiques peut être déterminée par le choix de l’épaisseur de la couche. Nous pouvons privilégier un rayonnement acoustique dans les directions latérales, dans la direction normale ou même dans quasiment toutes les directions. Dans le cas traité ici, l’impédance acoustique de la couche est supérieure à celle du substrat, mais la direction de propagation peut aussi être déterminée dans le cas d’une couche de plus faible impédance acoustique que celle du substrat. De plus, les cas limites pour une couche d’épaisseur négligeable ou très grande devant la longueur d’onde, sont très bien reproduits par le modèle exposé dans ce chapitre comme le montre la comparaison avec les résultats présentés au deuxième et troisième chapitre du manuscrit.

La source acoustique considérée ici est monochromatique, c’est à dire le calcul des diagrammes est fait pour un nombre d’onde fixé. Dans la réalité, la source acoustique



gène des ondes pour les fréquences comprises entre 0 Hz et la fréquence maximale fixée par la durée d'impulsion. Les diagrammes de directivité que nous venons de présenter, sont calculés pour différents rapports d'épaisseur sur la longueur d'onde acoustique. Cela permet une analyse alternative de ces diagrammes. Nous pouvons considérer une épaisseur de la couche fixée et étudier les directions de propagation d'ondes de différents nombre d'onde pour toute la gamme des fréquences de génération.

### **Efficacité de génération en fonction de l'épaisseur $d$ de la couche et des rapports d'impédance acoustique $Z_c/Z$ entre la couche et le substrat**

Dans les paragraphes précédents nous avons constaté que la présence d'une couche transparente à la surface d'un demi-espace, même de très faible épaisseur peut avoir un effet important sur la répartition des directions de propagation des ondes longitudinales [Fig. 4.5, 4.6 et 4.7]. Ici, nous allons étudier l'effet de la couche sur l'efficacité de la génération, dans un premier temps en fonction de l'épaisseur, et dans un deuxième temps en fonction de l'impédance acoustique. Le dépôt d'un film sur la surface d'un substrat favorise une émission d'ondes longitudinales dans la direction normale. De plus, comme évoqué dans le paragraphe §(1.1.1) du premier chapitre, dans les applications industrielles le rayon du spot laser est tel que la propagation d'ondes de compression est unidimensionnelle à 0°. Nous jugeons alors intéressant d'étudier l'efficacité de génération dans la direction normale à la surface.

Sur la figure [4.8] nous comparons l'amplitude relative pour cinq rapports différents d'impédance acoustique en fonction du rapport entre l'épaisseur de la couche et la longueur d'onde acoustique dans la couche. Les rapports d'impédance acoustique choisis sont  $r_Z = Z_c/Z = 10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ , 1, 10, et  $10^2$ . L'amplitude relative est définie comme le rapport entre l'amplitude  $A$  calculée en champ lointain dans le demi-espace pour une épaisseur de couche finie, et l'amplitude  $A_{inf}$  calculée dans le même demi-espace mais cette fois chargé par un demi-espace. L'unité de cette grandeur est le décibel (dB).

Le rapport d'impédance acoustique entre le diamant et le fer est approximativement 1.35 et entre la résine-époxy et le CFRP 0.88. Le rapport entre le diamant et l'aluminium est 3.65. La courbe verte alors de la figure [4.8] qui correspond au rapport  $r_Z = 1$  est la plus adaptée pour les matériaux considérés dans ce chapitre.

Lorsque le rapport entre l'épaisseur de la résine et la longueur d'onde acoustique est plus petit que 0.1 l'amplitude relative est négative. Cela montre que la génération dans une géométrie composée par deux demi-espaces est plus efficace que celle d'une couche finie posée sur un substrat.

L'amplitude augmente avec le rapport  $d/\lambda_L^c$ , et pour une épaisseur de la couche  $d = \lambda_L^c/4$  l'amplitude atteint la valeur maximale. Autrement dit, la couche agit comme une lame quart d'onde et l'amplitude est amplifiée par les résonances de la couche. Pour  $r_Z = 1$  une augmentation d'amplitude de l'ordre de 8 dB est observée.

Pour  $d = \lambda_L^c/2$  l'amplitude diminue fortement car la résonance de la couche piège l'énergie acoustique et par conséquent le champ acoustique rayonné dans le substrat est moins puissant que dans le cas de deux demi-espaces.

Nous avons étudié d'une façon exhaustive l'influence de l'épaisseur de la couche et de la fréquence de génération sur l'efficacité. Maintenant, l'importance du rapport d'impédance

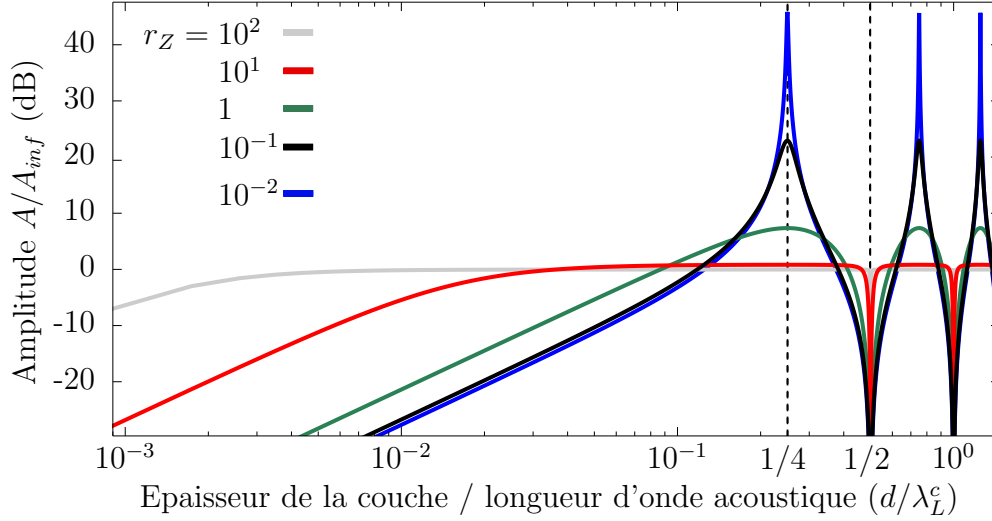


FIGURE 4.8 – Amplitude relative  $A/A_{inf}$  en fonction du rapport entre l'épaisseur de la couche et la longueur d'onde acoustique  $d/\lambda_L^c$  pour différents rapports d'impédance acoustique  $r_Z = 10^2, 10, 1, 10^{-1}, 10^{-2}$ , entre la couche et le substrat.

acoustique  $r_Z = Z_c/Z$  est examinée. Le cas considéré précédemment correspondait à  $r_Z = 1$  et la courbe verte de la figure [4.8]. Les mêmes courbes sont tracées pour des rapports  $r_Z$  supérieurs et inférieurs à  $r_Z = 1$ .

Pour les rapports  $r_Z = 10$  (courbe rouge) et  $r_Z = 10^2$  (courbe grise) nous constatons que l'amplitude n'est pas amplifiée, et la génération est équivalente à la génération à l'interface entre deux demi-espaces, sauf pour  $d/\lambda_L^c = 0.5$  où les anti-résonances de la couche dégradent l'efficacité de la génération. Ceci est vrai pour tous les rapports  $Z_c/Z$ . Les rapports concernés ici indiquent que la couche est rigide par rapport au substrat. La faible amplification de l'amplitude est attribuée à cette caractéristique de la couche. Les petites résonances de la couche ne permettent pas une augmentation importante de l'amplitude.

Les cas intéressants sont ceux pour  $r_Z = 10^{-1}$  (courbe noire) et  $r_Z = 10^{-2}$  (courbe bleue). Ici nous observons l'amplification de l'amplitude par 22 et 45 dB respectivement. Cette augmentation est attribuée au fait que pour les rapports étudiés ici la couche est beaucoup plus souple et flexible que le substrat. Les grandes résonances de la couche entraînent une amplification importante de l'énergie acoustique.

### 4.3 Génération dans un demi-espace fortement absorbant chargé par une couche semi-transparente : absorption optique dans la couche

Dans cette section le cas d'un substrat chargé par une couche semi-transparente est traité. Le milieu semi-transparent absorbe partiellement l'énergie électromagnétique traversant ce milieu. Cette absorption optique introduit une source acoustique dans le vo-

lume de la couche. En fonction de l'épaisseur de la couche et de la longueur de pénétration optique, deux sources peuvent apparaître : une source acoustique distribuée dans le volume de la couche, et une source acoustique au niveau de l'interface couche / substrat due à la **forte** absorption du substrat. Ainsi, le champ acoustique émis dans le substrat contiendra la contribution des ondes générées par ces deux sources éventuelles. La génération acoustique associée à la source à l'interface couche/substrat a été détaillée dans la section 4.2.

Maintenant, le cas d'une source générée dans le volume de la couche suite à l'absorption optique d'une onde électromagnétique est analysé. Dans le paragraphe §(4.3.1) nous présentons les fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement émises dans le substrat par une telle source. Le paragraphe §(4.3.2) est dédié à la confrontation du modèle. Le champ acoustique total émis dans le substrat est décrit dans le paragraphe §(4.3.3).

### 4.3.1 Fonction de directivité $f_L^d(\theta)$ et $f_T^d(\theta)$ d'une source acoustique générée par absorption optique dans la couche

Dans ce paragraphe le calcul de la fonction de directivité d'une source acoustique générée par absorption optique dans la couche, décrivant le champ acoustique émis dans le substrat est détaillé. La démarche est similaire à celle suivie dans le deuxième chapitre du manuscrit : d'abord nous calculons la fonction de directivité associée à une force harmonique d'orientation omnidirectionnelle et ensuite à partir de ce calcul nous déduisons la fonction de directivité associée à une source générée par absorption optique dans la couche. Cette source est équivalente à une somme finie de sources d'expansion.

Le problème physique à considérer est une force  $\mathbf{F}^P$  appliquée sur un point  $P$  quelconque de la couche et nous cherchons à évaluer les déplacements générés au point d'observation  $M$  dans le substrat. Le problème réciproque suppose qu'une force  $\mathbf{F}^M$  est appliquée au point  $M$  du substrat, et nous cherchons à évaluer les déplacements générés au point  $P$  de la couche. La figure [4.9] schématise le problème réciproque. La force  $\mathbf{F}^M$  génère une onde qui se propage vers l'interface en  $z = 0$ . La transmission de cette onde dans la couche, entraîne deux ondes  $\mathbf{u}_{L_t}$ ,  $\mathbf{u}_{T_t}$  qui génèrent ensuite un déplacement au point  $P$ . Puis, ces ondes sont incidentes sur la surface libre de la couche en  $z = -d$  et deux ondes  $\mathbf{u}_{L_r}^d$ ,  $\mathbf{u}_{T_r}^d$  sont générées par réflexion et contribuent au champ acoustique au point  $P$ . Ces ondes sont décrites par :

- $\mathbf{u}_{L_t}$  : onde réfractée sans conversion de mode :

$$\mathbf{u}_{L_t}(P) = U_{L_t} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_t}, \quad (4.6a)$$

- $\mathbf{u}_{T_t}$  : onde réfractée avec conversion de mode :

$$\mathbf{u}_{T_t}(P) = U_{T_t} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{T_t} \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{T_t}, \quad (4.6b)$$

- $\mathbf{u}_{L_r}^d$  : onde réfléchie à la surface de la couche de polarisation longitudinale :

$$\mathbf{u}_{L_r}^d(P) = U_{L_r}^d e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{L_r}^d \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{L_r}^d, \quad (4.6c)$$

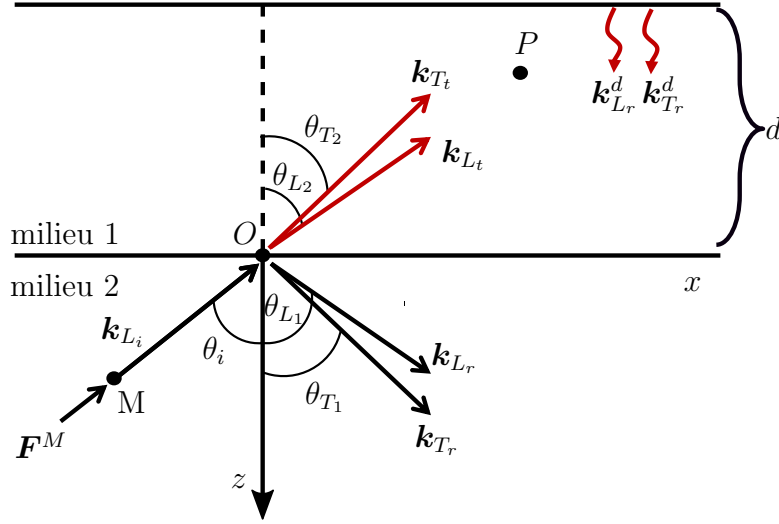


FIGURE 4.9 – Problème réciproque associé au problème physique d'une source acoustique située dans la couche et rayonnant vers un point  $P$  du substrat.

- $\mathbf{u}_{T_t}^d$  : onde réfléchie à la surface de la couche de polarisation transversale :

$$\mathbf{u}_{T_r}^d(P) = U_{T_r}^d e^{j(\omega t - \mathbf{k}_{T_r}^d \cdot \mathbf{OP})} \mathbf{n}_{T_r}^d, \quad (4.6d)$$

où  $U_i$ ,  $\mathbf{k}_i$ , et  $\mathbf{n}_i$  sont respectivement les amplitudes, les vecteurs d'onde, et les vecteurs de polarisation des ondes, pour  $i = L_t, T_t, L_r^d, T_r^d$ . Le champ de déplacement total au point  $P$  s'écrit comme la somme :

$$\mathbf{u}(P) = \mathbf{u}_{L_t}(P) + \mathbf{u}_{T_t}(P) + \mathbf{u}_{L_r}^d(P) + \mathbf{u}_{T_r}^d(P). \quad (4.7)$$

En injectant les expressions (4.6) dans la relation (4.7) nous obtenons :

$$\mathbf{u}(P) = U_{L_i} \left( \mathbf{n}_{L_t} T_{LL}^{21} e^{-jk_z^{L_t} z_P} + \mathbf{n}_{T_t} T_{LT}^{21} e^{-jk_z^{T_t} z_P} + \mathbf{n}_{L_r}^d R_{LL}^d e^{jk_z^{L_r,d} z_P} + \mathbf{n}_{T_r}^d R_{LT}^d e^{jk_z^{T_r,d} z_P} \right) e^{j(\omega t - k_x x_P)}, \quad (4.8)$$

où  $x_P$  et  $z_P$  sont les coordonnées du point  $P$ , et  $T_{LT}^{21}$ ,  $T_{LL}^{21}$ ,  $R_{LT}^d$ ,  $R_{LL}^d$  les coefficients de transmission et réflexion en surface avec et sans conversion de mode. Le calcul des coefficients est le même que dans le calcul présenté dans le paragraphe §(4.2.2). La fonction de directivité des ondes de compression  $f_L^d(\theta)$  pour une force harmonique  $\mathbf{F}^P$  appliquée au point  $P$  de la couche est :

$$f_L^d(\theta) = [\mathbf{n}_{L_t}(\theta) T_{LL}^{21}(\theta) e^{-jk_z^{L_t} z_P} + \mathbf{n}_{T_t}(\theta) T_{LT}^{21}(\theta) e^{-jk_z^{T_t} z_P} + \mathbf{n}_{L_r}^d(\theta) R_{LL}^d(\theta) e^{jk_z^{L_r,d} z_P} + \mathbf{n}_{T_r}^d(\theta) R_{LT}^d(\theta) e^{jk_z^{T_r,d} z_P}] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (4.9a)$$

La fonction de directivité des ondes de cisaillement  $f_T^d(\theta)$  pour une force harmonique  $\mathbf{F}^P$  appliquée au point  $P$  de la couche est obtenue en suivant les mêmes considérations et en supposant que l'onde incidente à l'interface est de polarisation transversale :

$$f_T^d(\theta) = [\mathbf{n}_{T_t}(\theta)T_{TT}^{21}(\theta)e^{-jk_z^{T_t}z_P} + \mathbf{n}_{L_t}(\theta)T_{TL}^{21}(\theta)e^{-jk_z^{L_t}z_P} + \mathbf{n}_{L_r}^d(\theta)R_{TT}^d(\theta)e^{jk_z^{L_r,d}z_P} + \mathbf{n}_{T_r}^d(\theta)R_{TL}^d(\theta)e^{jk_z^{T_r,d}z_P}] \cdot \frac{\mathbf{F}^O}{F}. \quad (4.9b)$$

Une fois que les fonctions de directivité associées à une force d'orientation quelconque sont évaluées, les étapes suivies dans le paragraphe §(2.4.1) du deuxième chapitre permettent de déduire les fonctions de directivité correspondant à une source d'expansion située au point  $S = (x_S, z_S)$  dans la couche pour les ondes de compression et de cisaillement :

$$f_L^{S,d} = j \left( \mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{n}_{L_t} T_{LL}^{21} e^{-jk_z^{L_t}z_P} + \mathbf{k}_{L_r}^d \cdot \mathbf{n}_{L_r}^d R_{LL}^d e^{jk_z^{L_r,d}z_P} \right), \quad (4.10a)$$

$$f_T^{S,d} = j \left( \mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{n}_{L_t} T_{TL}^{21} e^{-jk_z^{L_t}z_P} + \mathbf{k}_{L_r}^d \cdot \mathbf{n}_{L_r}^d R_{TL}^d e^{jk_z^{L_r,d}z_P} \right). \quad (4.10b)$$

Finalement, nous obtenons les fonctions de directivité  $f_L^{PO,d}$  et  $f_T^{PO,d}$  d'une source distribuée dans le volume de la couche en calculant la somme des fonctions de directivité  $f_L^{S,d}$  et  $f_T^{S,d}$  de chaque source d'expansion dans la direction de pénétration du faisceau laser :

$$f_L^{PO,d} = \beta_1 \int_{-d}^0 f_L^{S,d} e^{-\beta_1(d+z_S)} dz,$$

$$f_T^{PO,d} = \beta_1 \int_{-d}^0 f_T^{S,d} e^{-\beta_1(d+z_S)} dz.$$

Le terme  $\beta_1 e^{\beta_1(d-z_S)}$  représente le profil d'absorption du milieu, et décrit l'amplitude d'une source d'expansion évaluée au point  $S = (x_S, z_S)$ . Les fonctions de directivité que nous obtenons après l'évaluation de ces intégrales sont données :

$$f_L^{PO,d} = j\beta_1 \left( \mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{n}_{L_t} \frac{(e^{-jk_z^{L_t}d} - e^{\beta_1 d})}{\beta_1 - jk_z^{L_t}} T_{LL}^{21} + \mathbf{k}_{L_r}^d \cdot \mathbf{n}_{L_r}^d \frac{(e^{jk_z^{L_r,d}d} - e^{\beta_1 d})}{\beta_1 + jk_z^{L_r,d}} R_{LL}^d \right), \quad (4.11a)$$

$$f_T^{PO,d} = j\beta_1 \left( \mathbf{k}_{L_t} \cdot \mathbf{n}_{L_t} \frac{(e^{-jk_z^{L_t}d} - e^{\beta_1 d})}{\beta_1 - jk_z^{L_t}} T_{TL}^{21} + \mathbf{k}_{L_r}^d \cdot \mathbf{n}_{L_r}^d \frac{(e^{jk_z^{L_r,d}d} - e^{\beta_1 d})}{\beta_1 + jk_z^{L_r,d}} R_{TL}^d \right). \quad (4.11b)$$

Nous rappelons que les coefficients  $T_{LL}^{21}$ ,  $T_{LT}^{21}$  comprennent la contribution des ondes réfléchies sur l'interface en  $z = 0$ , initialement générées par réflexion sur la surface de la couche en  $z = -d$ . La méthodologie pour déduire les expressions (4.11) est détaillée dans le paragraphe §(2.4.3) du deuxième chapitre. Les fonctions de directivité que nous venons de décrire correspondent à la génération acoustique par une source de volume induite par l'absorption d'un rayonnement laser incident dans la couche.

### 4.3.2 Réduction au cas d'un demi-espace isotrope

Une façon de confirmer les résultats du modèle présenté précédemment est de supposer que les deux milieux ont les mêmes paramètres élastiques, et ainsi le modèle est dégradé au cas d'un demi-espace, car la discontinuité élastique au niveau de l'interface n'existe plus. Ensuite, la comparaison avec le modèle du premier chapitre permet de certifier dans un premier temps les résultats pour ce cas dégradé.

D'abord la couche et le substrat sont considérés comme étant du CFRP. Nous rappelons que notre modèle est actuellement limité aux milieux isotropes. Dans un premier temps, la simulation de la génération dans un milieu anisotrope comme le CFRP est simplifiée et peut être vue comme une première approximation. Cependant, les résultats obtenus dans la direction normale sont pertinents si nous considérons que l'axe principal d'un milieu orthotrope coïncide avec l'axe  $z$  de notre modèle. Ici, les paramètres adoptés pour le CFRP sont issus de données fournies dans la thèse de Dubois<sup>32</sup> pour un matériau orthotrope :  $v_L^c = 3.25 \text{ mm}/\mu\text{s}$ ,  $v_T^c = 1.85 \text{ mm}/\mu\text{s}$ , et  $\rho_c = 1.65 \text{ g/cm}^3$ .<sup>32</sup> Dans le cas du CFRP, l'absorption optique est **forte** et la longueur de pénétration optique est de l'ordre de quelques nanomètres. Le champ acoustique émis dans le substrat est exposé sur la figure [4.10a], pour les ondes de compression et de cisaillement. Nous retrouvons les diagrammes de radiation associés à une génération surfacique en régime thermoélastique dipolaire.

Si maintenant les deux milieux possèdent les propriétés d'une résine-époxy, la longueur de pénétration optique est beaucoup plus importante. Les propriétés élastiques d'une résine isotrope sont :  $v_L^r = 2.87 \text{ mm}/\mu\text{s}$ ,  $v_T^r = 1.15 \text{ mm}/\mu\text{s}$ , et  $\rho_r = 1.26 \text{ g/cm}^3$ .<sup>32</sup> Sur la figure [4.10b] les diagrammes de radiation pour une pénétration optique de l'ordre de  $\xi = 1, 20, 200 \text{ }\mu\text{m}$  pour les ondes de compression et  $\xi = 5, 50, 300 \text{ }\mu\text{m}$  pour les ondes de cisaillement sont présentés. Nous choisissons différentes longueurs de pénétration optique pour les ondes de compression et de cisaillement afin d'obtenir les ratios  $k_L/\beta_1 = 0.02, 0.5, 5$  et  $k_T/\beta_1 = 0.01, 1, 2\pi$  utilisés aussi sur les figures [2.13] et [2.14] du deuxième chapitre. La comparaison avec le modèle de génération dans un demi-espace permet d'identifier les mêmes effets lorsque les rapports  $k_L/\beta_1$  et  $k_T/\beta_1$  augmentent. Pour des grands rapports, les ondes de compression ont tendance à se propager dans les grands angles, i.e.  $\theta \approx 90^\circ$ , et les ondes de cisaillement se propagent principalement dans la direction de l'angle critique et en même temps l'émission de deux lobes latéraux associés aux ondes inhomogènes tend à disparaître comme discuté dans le paragraphe §(2.4.3).

Dans ce paragraphe, nous avons démontré que la prise en compte de l'absorption optique dans le volume de la couche est correcte. Pour cela, tout d'abord nous avons dégradé la géométrie bicouche à une géométrie monocouche en considérant que les deux milieux possèdent les mêmes propriétés élastiques. Puis, nous avons comparé les diagrammes de directivité avec ceux obtenus par le modèle de génération dans un demi-espace (il s'agit du modèle exposé dans le deuxième chapitre). Ainsi, nous sommes capables de simuler la génération acoustique par absorption optique dans une couche qui est déposée sur la surface d'un demi-espace. Désormais, la couche ne joue pas seulement un rôle passif sur la génération comme un milieu élastique contraignant, mais aussi elle possède un rôle actif, car une génération ultrasonore survient dans son volume.

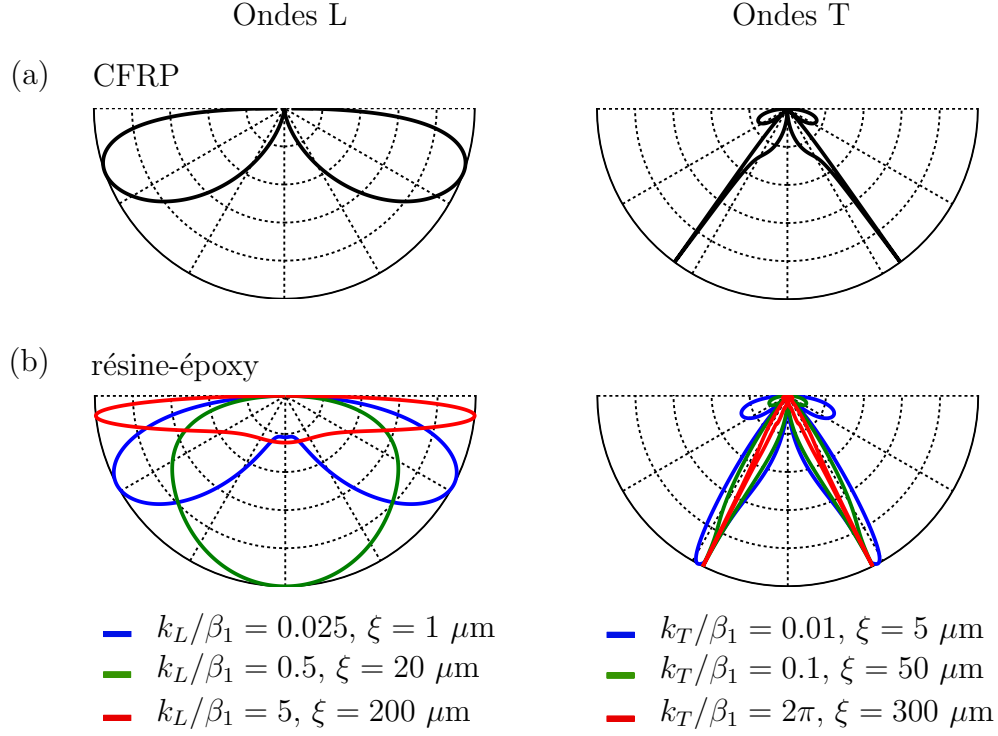


FIGURE 4.10 – Diagrammes de directivité pour le cas où le modèle bicouche est dégradé à un modèle monocouche. Le substrat et la couche possèdent les propriétés élastiques (a) du CFRP, (b) de la résine. Les figures de gauche correspondent aux ondes longitudinales et les figures de droite aux ondes transversales. Pour la génération dans la résine, nous utilisons trois différentes longueurs de pénétration optique, pour les ondes de compression :  $\xi = 1, 20$  et  $200 \mu\text{m}$ , et pour les ondes de cisaillement :  $\xi = 5, 50$  et  $300 \mu\text{m}$ , afin d'identifier l'effet de cette variation à la génération acoustique.

### 4.3.3 Champ acoustique total émis dans le substrat

Dans le paragraphe précédent la source générée dans le volume de la couche a été détaillée. Nous rappelons que l'absorption optique dans un milieu est caractérisée par le coefficient d'absorption, noté  $\beta$  dans ce manuscrit. Ce coefficient est défini comme l'inverse de la longueur de la pénétration optique  $\xi$  du faisceau laser dans le volume du milieu incident  $\beta = 1/\xi$ . Si l'absorption optique dans la couche est **faible**, le coefficient  $\beta$  est petit, et par conséquent la longueur de la pénétration optique  $\xi$  est grande. Dans ce cas, la densité volumique d'énergie électromagnétique déposée par le laser dans la couche n'est pas entièrement absorbée et ainsi une quantité d'énergie est incidente à la surface du substrat. Suite à l'absorption optique dans le substrat, une deuxième source sera générée, et elle contribuera à son tour au champ acoustique émis. Ainsi, afin d'obtenir le champ acoustique total il faut prendre en compte la contribution de ces deux sources, la source à l'interface couche/substrat et dans le volume de la couche, décrites respectivement dans les sections 4.2 et 4.3. L'amplitude de chacune des sources est définie par :

- Amplitude d'une source située dans le volume de la couche :

$$A_S^1 \propto \beta_1 e^{-\beta_1(d+z)}, \quad (4.12a)$$

- Amplitude d'une source située dans le volume du substrat :

$$A_S^2 \propto \beta_2 e^{-\beta_1 d} e^{-\beta_2 z}, \quad (4.12b)$$

où  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  sont les coefficients d'absorption optique respectivement dans la couche et le substrat.

Dans l'équation (4.12b) il apparaît clairement que lorsque l'épaisseur de la couche  $d$  ou le coefficient de l'absorption  $\beta_1$  sont suffisamment grands, le terme  $e^{-\beta_1 d}$  tend vers zéro, et ainsi l'amplitude  $A_S^2$  devient négligeable. Cela traduit le fait que l'énergie émise par le laser est entièrement absorbée dans la couche, et par conséquent il n'y a pas de source dans le substrat.

Au contraire, lorsqu'une partie de l'énergie électromagnétique traverse la couche et est incidente à l'interface, elle est ensuite absorbée dans le substrat. Comme l'équation (4.12b) le montre, ce modèle est capable de prendre en compte une source distribuée dans le volume du substrat. Les fonctions de directivité associées sont similaires aux fonctions calculées dans la section 3.4 du troisième chapitre. Néanmoins, dans la suite de ce chapitre nous nous limitons au cas où la source dans le substrat résulte d'une **forte** absorption : i.e.  $\beta_2 \gg \beta_1$ . Ce choix est justifié par le fait que nous nous intéressons à l'effet de la pénétration optique dans la couche.

Maintenant, ce modèle est utilisé avec pour objectif de vérifier que la prise en compte des deux sources acoustiques simultanément est correcte. Les paramètres du diamant dans la couche et les paramètres du fer dans le substrat ont été choisis. Comme le diamant est transparent à la radiation électromagnétique, la longueur de pénétration optique  $\xi_1$  est supérieure à l'épaisseur de la couche  $d$  et l'absorption optique est quasiment nulle. En opposition, l'absorption optique dans le fer est importante, présentant une très courte longueur d'absorption de l'ordre d'une dizaine de nanomètres. Ainsi la source est pratiquement localisée à l'interface diamant/fer. Pour une épaisseur  $d$  beaucoup plus grande



coordonnées polaires

coordonnées cartésiennes

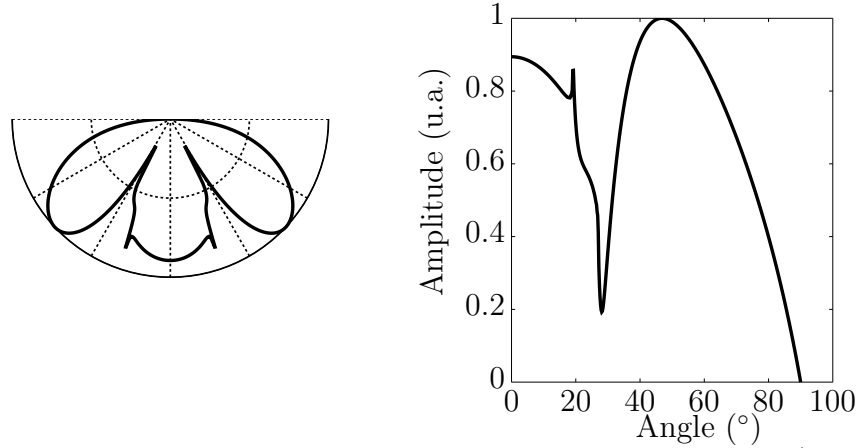


FIGURE 4.11 – Utilisation du modèle introduit dans le paragraphe §(4.3.3) dans le cas où la couche est très **faiblement** absorbante,  $\beta_1 \approx 0$ , et le substrat absorbe **fortement**,  $\beta_2 \approx 10^4 \text{ mm}^{-1}$ . En utilisant les paramètres du diamant pour la couche et du fer pour le substrat, et en choisissant une épaisseur de la couche  $d \gg \lambda_L^c$ , la comparaison avec la figure [3.12] du troisième chapitre montre la pertinence du modèle.

que la longueur d'onde acoustique  $\lambda_L^c$  générée dans la couche, le modèle converge vers le modèle de génération à l'interface de deux demi-espaces comme la comparaison de la figure [4.11] avec la figure [3.12] du troisième chapitre le montre.

## 4.4 Application à la génération dans un bicouche résine/CFRP

Nous utilisons maintenant le modèle présenté dans cette section, afin d'étudier la génération dans un bicouche résine/CFRP. Les paramètres pour la résine et le CFRP ont été précisés dans la section 4.3. Le modèle introduit dans la section 4.2 nous a permis d'étudier l'influence de l'épaisseur d'une couche élastique transparente chargeant un demi-espace [Fig. 4.8] sur l'efficacité de la génération opto-acoustique. Le modèle exposé dans la section 4.3 prend en compte l'absorption optique dans la couche superficielle, et nous permet d'étudier l'influence de la longueur de pénétration optique  $\xi$ . Cette longueur  $\xi$  varie en fonction de paramètres de la résine utilisée pour la fabrication du composite, et aussi en fonction de la longueur d'onde optique du laser de génération.<sup>19,86</sup>

Sur la figure [4.12a] les diagrammes de directivité d'ondes de compression pour différentes longueurs de pénétration optique dans la résine et aussi le diagramme associé à la génération dans un demi-espace de CFRP sont exposés. Les valeurs utilisées pour l'épaisseur de la résine et la longueur de pénétration optique sont issues des travaux expérimentaux menés par Stratoudaki<sup>44</sup> et Lys.<sup>35</sup> L'épaisseur de la résine est supposée  $d = 0.1 \text{ mm}$ . Les valeurs choisies pour la pénétration optique dans la couche de la résine sont  $\xi_1 = 5, 50, 100$  et  $500 \mu\text{m}$ . Les trois premières valeurs représentent des valeurs typiques correspondant aux différents types de résine-époxy. La valeur  $\xi_1 = 500 \mu\text{m}$  n'a pas de sens physique pour le cas de la résine, mais nous souhaitons étudier l'effet d'une longue

pénétration optique dans la géométrie couche/substrat. Pour ces valeurs de pénétration optique, les ratios  $k_L^c/\beta_1$  sont approximativement : 0.15, 1.5, 3 et 10 respectivement. Pour les mêmes rapports, sur la figure [4.12b] nous présentons les diagrammes de directivité des ondes de compression générées dans un demi-espace de CFRP de surface libre. De cette façon, l'effet de la présence de l'interface entre la résine et le CFRP peut être évalué. Les figures de gauche représentent les diagrammes de directivité des ondes longitudinales en coordonnées polaires. Ces diagrammes sont normalisés par leur valeur maximale.

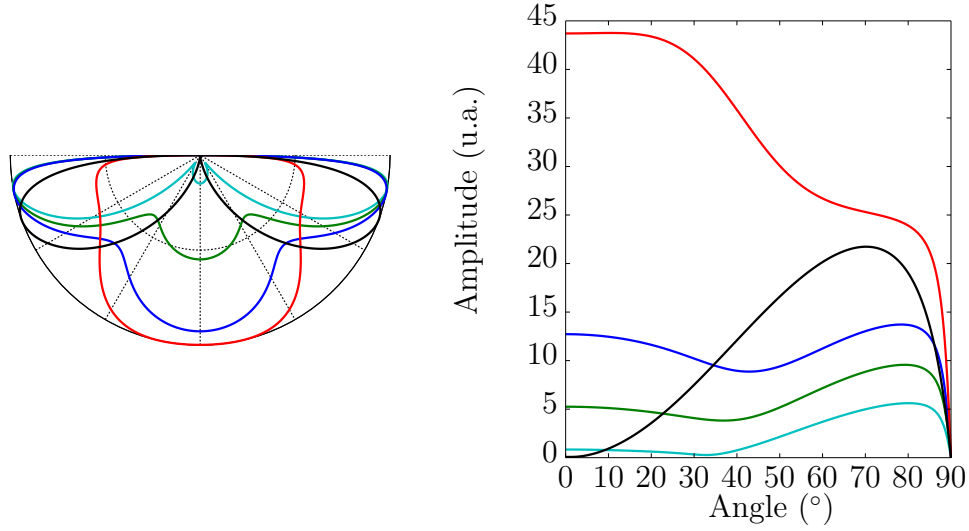
Pour une faible valeur de pénétration optique, i.e.  $\xi_1 = 5 \mu\text{m}$ ,  $k_L^c/\beta_1 \approx 0.15$ , sur la figure [4.12a] le diagramme ressemble significativement au diagramme typique associé à une source surfacique, avec deux lobes orientés à  $\pm 65^\circ$ . Cependant, nous constatons une différence avec la courbe noire qui correspond à la génération dans un demi-espace de CFRP de très faible pénétration optique, et les deux lobes sont orientés plutôt à  $\pm 80^\circ$ . Cela est attribué aux différents rapports  $v_T/v_L$  pour la résine et le CFRP, comme nous avons discuté dans le paragraphe §(2.2.4). Il apparaît que la présence de l'interface résine/CFRP n'induit pas un effet particulier sur les diagrammes de directivité parce que la pénétration optique dans la couche est faible et la longueur d'onde acoustique dans la résine est  $\lambda_L^c = 0.28 \text{ mm} > d = 0.1 \text{ mm}$ . Sur la figure [4.12b] les deux diagrammes coïncident, sauf autour de la direction normale où l'effet de la pénétration optique dans le demi-espace entraîne une augmentation de l'amplitude (voir la discussion du paragraphe §(2.4.2).

Pour  $\xi_1 = 50 \mu\text{m}$ ,  $k_L^c/\beta_1 \approx 1.5$  le même effet de la pénétration optique<sup>23</sup> apparaît sur la courbe verte [Fig. 4.12a] d'où l'émission acoustique dans la direction normale. L'émission acoustique dans cette direction devient plus importante dès que la longueur de pénétration optique augmente, jusqu'à finalement obtenir une amplitude plus importante que celle dans les autres directions. Cela est le cas pour une pénétration optique équivalente à l'épaisseur de la couche, i.e.  $\xi_1 = 100 \mu\text{m}$ ,  $k_L^c/\beta_1 \approx 3$  et aussi pour  $\xi_1 = 500 \mu\text{m}$ ,  $k_L^c/\beta_1 \approx 10$ .

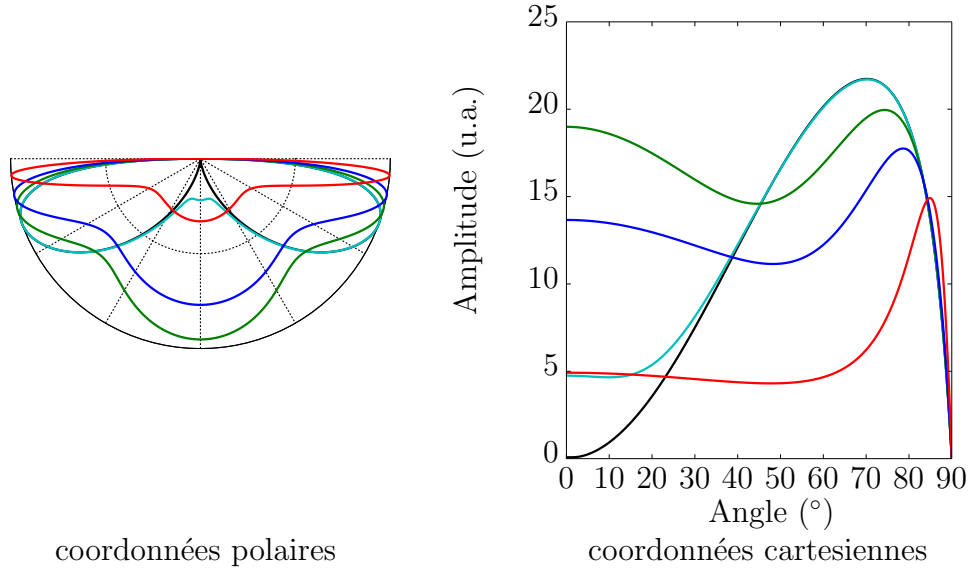
Le cas où  $\xi_1 = 500 \mu\text{m}$ ,  $k_L^c/\beta_1 \approx 10$  présente un intérêt particulier. Pour la génération dans un demi-espace [Fig. 4.12b] l'augmentation du rapport  $k_L/\beta$  induit une émission d'ondes longitudinales dans les directions parallèles à la surface. Pour la génération dans la géométrie couche/substrat cela n'est pas vrai [Fig. 4.12a]. Pour cette valeur nous observons une émission dans toutes les directions, avec une amplitude plus importante dans la direction normale qui décroît lorsque l'angle de propagation augmente. Pour des longueurs de pénétration encore plus importantes, le diagramme de directivité commence à approcher l'allure du diagramme de rayonnement bleu de la figure [4.14] qui correspond à la génération à l'interface entre une couche complètement transparente et un substrat opaque. Pour résumer ces observations, l'augmentation de la pénétration optique dans la couche affaiblit la capacité d'absorption et la génération dans cette dernière. Désormais la source générée dans le substrat domine et dicte l'allure des diagrammes de directivités, qui dépendent fortement des propriétés élastiques de la couche. Bien évidemment, bien que la couche n'a plus un rôle actif à la génération, sa présence intervient à la génération comme nous l'avons vu dans le paragraphe §(4.2.4).

La figure de droite expose l'amplitude non normalisée en coordonnées cartésiennes. Ainsi nous pouvons comparer l'efficacité de la génération pour les quatre différentes longueurs de pénétration optique et la génération dans un demi-espace de CFRP.

(a) Génération dans une géométrie résine / CFRP



(b) Génération dans un demi-espace de CFRP



- coordonnées polaires
- $k_L/\beta_1 \approx 0.15$       —  $k_L/\beta_1 \approx 5$   
—  $k_L/\beta_1 \approx 3$       —  $k_L/\beta_1 \approx 10$
- Source de type dipolaire posée sur la surface d'un demi-espace de CFRP
- coordonnées cartésiennes

FIGURE 4.12 – Génération opto-acoustique dans une structure résine/CFRP pour différentes valeurs de pénétration optique  $\xi_1$  de la couche de la résine. Les valeurs  $\xi_1$  représentent des valeurs typiques des résines utilisées dans la fabrication des composites. L'épaisseur de la résine est 0.1 mm, et les longueurs de pénétration optique sont :  $\xi_1 = 5, 50$ , et  $100 \mu\text{m}$ . Sur la figure de gauche nous exposons les diagrammes de rayonnement normalisés en coordonnées polaires, et sur la figure de droite l'amplitude non normalisée, en coordonnées cartésiennes.

Pour le cas exposé sur la figure [4.12a], il apparaît clairement que dans toutes les directions de propagation l'augmentation de la longueur de pénétration optique dans la couche entraîne une augmentation de l'amplitude générée. Expérimentalement, Dubois<sup>43</sup> a étudié ce phénomène, et il a conclu que l'amplitude mesurée est plus importante avec l'augmentation de la pénétration optique dans la couche de la résine-époxy. D'une façon générale, l'amplitude d'une source acoustique générée dans un milieu dépend de la densité volumique d'énergie déposée  $Q$  dans ce milieu. La densité volumique déposée diminue avec l'augmentation de la longueur de pénétration optique dans le milieu. Dans le cas de génération traité ici, quelqu'un pourrait attendre une diminution d'amplitude car la longueur de pénétration optique augmente. Cela n'est pas vrai et notre modèle permet de comprendre pourquoi. Lorsque il y a moins d'énergie déposée dans la couche, il y a une quantité d'énergie plus importante qui traverse la couche et elle est déposée dans le substrat. La densité volumique d'énergie supplémentaire (vu que la pénétration optique dans la couche augmente) est absorbée dans la même longueur de pénétration optique dans le substrat, d'où l'augmentation d'amplitude.

Pour la génération dans le demi-espace de CFRP [Fig. 4.12b] et suite à la discussion du paragraphe §(2.4.2), l'augmentation du rapport  $k_L^c/\beta_1$  induit une diminution d'amplitude. Nous observons alors que la présence de l'interface modifie aussi l'efficacité de la génération, et plus précisément l'améliore.

Nous pouvons examiner de manière plus approfondie la relation entre l'amplitude générée et la longueur de pénétration optique. Sur la figure [4.13], l'amplitude dans trois directions de propagation est tracée, pour différents rapports  $k_L^c/\beta_1$ . Les directions d'observation sont  $\theta = 0^\circ$ ,  $30^\circ$  et  $60^\circ$ . Nous avons vu précédemment que jusqu'à la valeur  $k_L^c/\beta_1 \approx 10$  l'amplitude dans toutes les directions augmente avec le rapport  $k_L^c/\beta_1$ . Nous observons que la pente d'augmentation devient plus importante dans les directions proches de la direction normale. La pente pour  $\theta = 60^\circ$  est moins importante que pour  $\theta = 30^\circ$ , qui est à son tour moins importante que pour  $\theta = 0^\circ$ . L'effet d'augmentation de l'amplitude avec la pénétration optique est alors plus remarquable dans la direction sur laquelle le faisceau du laser est incident.

Un phénomène intéressant est observé pour les rapports  $k_L^c/\beta_1$  approximativement entre 15 et 80 : l'amplitude dans les directions  $0^\circ$  et  $30^\circ$  décroît avant de converger vers la valeur  $\approx 42$ . Nous avons discuté que lorsque le rapport  $k_L^c/\beta_1$  augmente les ondes de compression ont tendance à se propager vers les directions parallèles à la surface, d'où la diminution d'amplitude dans les directions  $0^\circ$  et  $30^\circ$ . Le lecteur peut se poser la question : « pourquoi alors l'amplitude émise dans ces directions ne vaut pas zéro ? ». La réponse se trouve dans le fait que les diagrammes de directivité exposés ici représentent la contribution de deux sources acoustiques : la source dans la couche et la source dans le substrat. L'amplitude des ondes générées par la première source diminue dans les directions  $0^\circ$  et  $30^\circ$ . La deuxième source rayonne avec une intensité stable lorsque le revêtement possède une épaisseur supérieure à  $100 \mu\text{m}$ . Wang explique<sup>27</sup> que pour une épaisseur de cet ordre la contrainte générée due à la présence de la couche contraignante n'augmente plus et l'amplitude reste constante. L'absorption optique dans la couche est très grande devant la longueur d'onde acoustique, i.e.  $1/\beta_1 \gg \lambda_L^c$  et ainsi la couche ne contribue pas à la génération. Désormais c'est l'absorption dans le substrat qui est responsable de la génération. C'est pour la même raison que pour les rapports  $k_L^c/\beta_1$

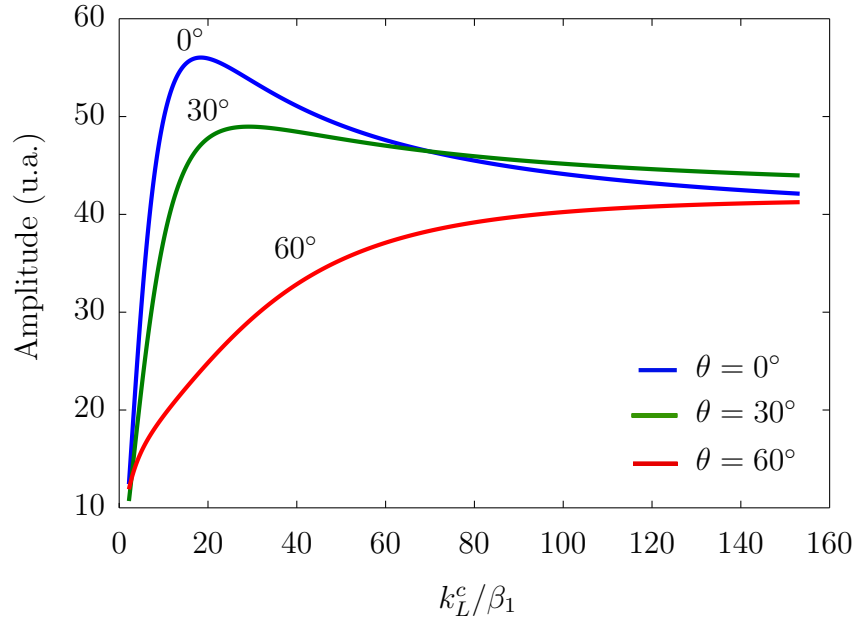


FIGURE 4.13 – Amplitude en fonction du ratio  $k_L^c/\beta_1$  pour trois directions de propagation  $\theta = 0^\circ$ ,  $30^\circ$  et  $60^\circ$ .

encore plus importants l'amplitude devient constante dans toutes les directions.

## 4.5 Efficacité de génération acoustique par un laser Nd:YAG et un laser CO<sub>2</sub>

Deux types de lasers sont typiquement utilisés pour la génération d'ultrasons pour le Contrôle Non Destructif : le laser de type Nd:YAG et le laser CO<sub>2</sub>, avec des longueurs d'onde optiques respectivement  $1.064 \mu\text{m}$  et  $10.6 \mu\text{m}$ . Plusieurs auteurs ont souhaité comparer l'efficacité de la génération acoustique de ces deux lasers dans une pièce composite.<sup>87,19</sup> La couche de résine superficielle est transparente pour la longueur d'onde du Nd:YAG. Pour une épaisseur  $120 \mu\text{m}$  de la couche de résine, approximativement 93% de l'énergie du laser est transmise à travers la résine. Par conséquent la radiation électromagnétique est absorbée dans le premier pli des fibres de carbone à l'interface résine/CFRP. Par contre, pour la longueur d'onde du laser CO<sub>2</sub> et pour la même couche, seulement  $\sim 3\%$  de l'énergie est transmise à l'interface résine/CFRP, car approximativement 97% de l'énergie est absorbée dans la couche. L'absorption se fait alors dans une profondeur entre  $10 \mu\text{m}$  et  $100 \mu\text{m}$ .<sup>88</sup>

Les modèles présentés dans les sections 4.2 et 4.3 permettent de simuler la génération dans une pièce composite avec ces deux lasers en particulier. Sur la figure [4.14] nous exposons les diagrammes de directivité obtenus par la génération acoustique d'ondes de polarisation longitudinale avec un Nd:YAG (trait bleu plein) et un laser CO<sub>2</sub> (trait vert plein) dans un échantillon composé par une couche de résine-époxy définie comme

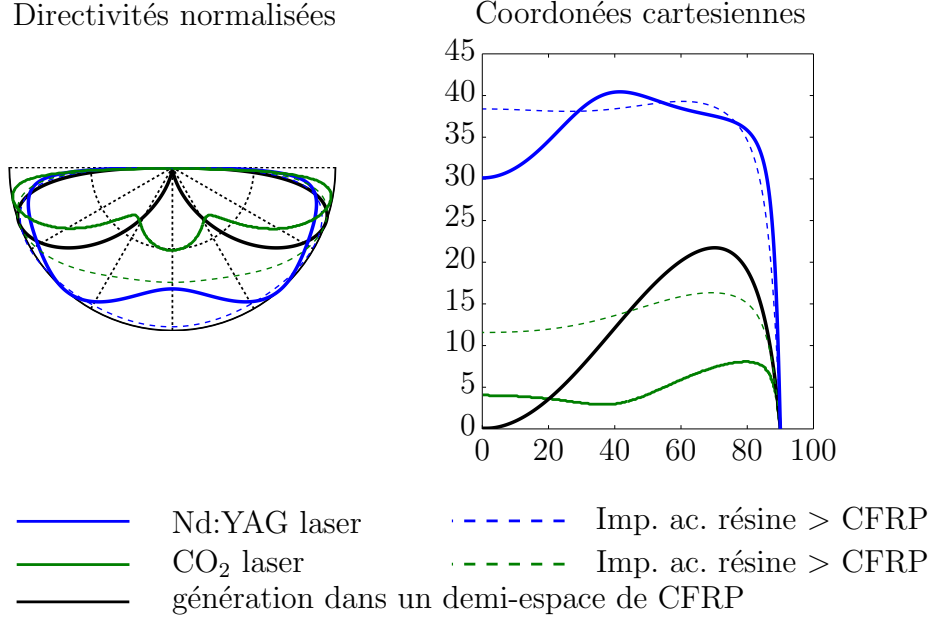


FIGURE 4.14 – Comparaison de la génération acoustique avec un laser Nd:YAG (trait bleu plein) et un laser CO<sub>2</sub> (trait vert plein) dans une pièce composée d’une couche de résine et d’un substrat de CFRP. La figure de gauche expose les diagrammes de directivité normalisés et la figure de droite l’amplitude en fonction de l’angle de propagation. Les traits pointillés correspondent à la génération pour les deux lasers en considérant que la résine a une impédance acoustique supérieure à celle du CFRP.

auparavant, d’une épaisseur  $d = 0.12$  mm, et un demi-espace de CFRP. Les traits bleu et vert pointillés correspondent au calcul pour les deux lasers en considérant une couche de résine de plus grande impédance acoustique que celle du CFRP, afin d’étudier l’influence de cette propriété à la génération. Enfin, la courbe noire est la même que celle de la figure [4.12], associée à la génération thermoélastique dans le demi-espace de CFRP. Sur la figure de gauche les diagrammes de directivité normalisés sont tracés en coordonnées polaires, et sur l’image de droite l’amplitude est présentée en coordonnées cartésiennes. Pour le cas de génération par le laser CO<sub>2</sub> nous considérons une longueur de pénétration optique  $\xi_{CO_2} = 20$   $\mu$ m. Pour le cas de génération par le laser Nd:YAG la radiation électromagnétique est intégralement absorbée sur une faible profondeur de l’ordre de quelques nanomètres sur le premier pli de CFRP.

Le diagramme en coordonnées polaires nous informe que pour la génération avec les deux lasers, la source est omnidirectionnelle et elle émet des ondes de compression plus ou moins de même amplitude. Il faut noter que le diagramme de directivité qui correspond au laser CO<sub>2</sub> dépend fortement de la longueur de pénétration optique  $\xi$ , comme le démontre la figure [4.12].

La figure de droite fournit une information supplémentaire. Nous constatons que pour les deux différentes couches de résine considérées ici, la génération par le Nd:YAG (traits bleus plein et pointillé) est beaucoup plus efficace dans toutes les directions de propagation. Cela permet de conclure que lorsque la source est enfouie, les contraintes attribuées à

la résistance de la couche de la résine, qui agit comme un film contraignant, optimise l'efficacité de génération. Lorsque la source acoustique est principalement distribuée dans le volume de la résine (traits verts plein et pointillé), l'expansion thermique et les conditions de surface libre de la couche n'entraînent pas une génération aussi efficace. La génération dans le demi-espace de CFRP (courbe noire) est plus efficace que la génération par le laser CO<sub>2</sub>, mais moins efficace que la génération par le laser Nd:YAG. Le chargement de la surface d'un demi-espace par une couche transparente pour la radiation électromagnétique amplifie l'amplitude générée. De plus, il est évident que le chargement par une couche de plus grande impédance acoustique entraîne une génération encore plus efficace dans la totalité des directions de propagation pour les deux lasers (traits pointillés).

Néanmoins, le laser de type Nd:YAG ayant des durées d'impulsion très courtes de l'ordre d'une vingtaine de nanosecondes, endommage dans un premier temps la résine sur la surface du matériau et ensuite les fibres de carbone, même pour des énergies peu élevées (approximativement 15 mJ par pulse). Par contre, la longue durée d'impulsion de l'ordre de 100 ns du CO<sub>2</sub> permet de délivrer plus d'énergie (entre 50 – 90 mJ) dans l'échantillon sans l'endommager. Pour cela, les lasers CO<sub>2</sub> sont traditionnellement utilisés dans les applications aéronautiques et l'inspection des composites.

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé un modèle de génération thermoélastique d'ultrasons par absorption d'une onde électromagnétique dans une géométrie couche/substrat. Comme vu dans l'introduction, il existe une large gamme de produits industriels composés par une telle géométrie pour lesquels l'inspection par un système d'ultrasons laser est intéressante. Cependant, une fois que le modèle a été comparé avec les résultats retrouvés dans la littérature,<sup>70,59,64</sup> et les modèles développés dans la deuxième partie de cette thèse, nous nous sommes focalisés sur les applications dans le domaine aéronautique et un échantillon résine/CFRP. Toutefois, ce modèle peut être utilisé dans des domaines très différents.

Dans un premier temps (section 4.2), la couche a été considérée comme transparente à la radiation électromagnétique. Ce modèle permet de considérer la génération par une source à l'interface couche/substrat. Dans ce cas la couche joue un rôle passif sur la génération : ses propriétés physiques comme l'épaisseur, la densité volumique, et les célérités acoustiques vont influencer les directivités et l'efficacité en amplitude du champ émis par la source acoustique. Notre modèle permet d'étudier l'effet de ces nombreux paramètres sur toutes les directions de propagation d'ondes.

Ensuite, l'absorption optique dans la couche a été rajoutée (section 4.3). Désormais, la couche a un rôle actif à la génération acoustique, car une source acoustique est distribuée dans son volume. Afin de décrire le champ acoustique total émis par le système couche/substrat, il faut prendre en compte la contribution des ultrasons générés par les deux sources acoustiques, la source dans la couche et la source dans le substrat. Dans la littérature il n'existe pas de modèle de calcul des diagrammes de directivité ou de résultat issu d'expérience pour la géométrie considérée ici. La validation de nos résultats a été faite par comparaison avec le modèle du deuxième chapitre, une fois que nous avons



dégradé le modèle couche/demi-espace à une géométrie monocouche. Ainsi, nous vérifions que la prise en compte de l'absorption optique dans la couche est correcte.

En utilisant ce modèle dans la section 4.4 nous avons étudié la génération dans une géométrie couche semi-transparente de résine-époxy/substrat opaque de CFRP. Différentes longueurs de pénétration optique dans la couche ont été considérées, et la comparaison avec les résultats obtenus par le modèle de génération dans un demi-espace de surface libre a permis de comprendre les effets introduits par la couche. Nous rappelons que dans le deuxième chapitre (2), une diminution de l'amplitude et une propagation des ondes longitudinales vers les directions parallèles à la surface ont été observées lorsque la longueur de pénétration optique dans le demi-espace augmente. Les effets opposés apparaissent lorsque une couche semi-transparente (d'une impédance acoustique plus petite ou plus grande) est posée sur la surface du demi-espace : une propagation des ondes longitudinales vers la direction normale est favorisée et une augmentation de l'amplitude avec la longueur de pénétration optique est calculée. Enfin, l'efficacité de la génération pour deux lasers de génération différents (Nd:YAG vs CO<sub>2</sub>) dans un composite a été comparée (section 4.5).

Le modèle présenté dans ce chapitre est un nouvel outil d'étude des diagrammes de directivité d'ondes acoustiques résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence normale. A notre connaissance c'est le seul modèle pour prédire les diagrammes de rayonnement qui prend en compte l'absorption d'un rayonnement électromagnétique dans la couche superficielle et dans le substrat également. Ce modèle est basé sur le théorème de réciprocité et grâce à cela, les équations sont relativement simples et le temps de calcul très court (quelques secondes pour une discrétisation angulaire satisfaisante).



# Conclusion et Perspectives

La modélisation de la génération d'ultrasons par laser dans les composants aéronautiques constitue l'objet de cette thèse. Ces composants sont classés en deux catégories principales : les pièces métalliques et composites. Dans le cadre de cette thèse nous nous sommes intéressés particulièrement à la génération acoustique par laser dans les géométries bicouches. Comme nous l'avons décrit, les composants aéronautiques présentent souvent une structure bicouche car les fabricants appliquent des revêtements sur leur surface pour diverses raisons (protection thermique, peinture). Une autre raison pour considérer une pièce composite comme une géométrie bicouche est pour étudier l'effet de la variation d'épaisseur de la couche superficielle de résine sur la génération d'ultrasons par laser. L'influence de cette dernière nous a permis d'interpréter les inhomogénéités d'amplitude observées sur les cartographies de plaques saines de composites par la technique des ultrasons-laser. Parmi les différentes approches de modélisation présentes dans la littérature, nous avons choisi de développer des modèles semi-analytiques. Cette approche offre une modélisation plus complète, qui permet d'affiner la compréhension des mécanismes de génération et de propagation des ondes acoustiques pour une approche paramétrique. En même temps, les modèles développés dans les trois derniers chapitres sont compatibles avec la théorie de rayon. La connaissance des diagrammes de directivité en amplitude associés aux sources acoustiques résultant de l'absorption optique dans les géométries concernées, fournit les informations nécessaires pour la définition des rayons qui seront ensuite utilisés pour le calcul du champ de déplacement en champ lointain.

Dans le premier chapitre, un modèle unidimensionnel de génération thermoélastique suite à l'absorption d'une onde électromagnétique dans une géométrie bicouche a été développé. Les deux milieux sont considérés isotropes. La propagation dans la direction principale d'un milieu anisotrope peut être aussi approchée. L'équation d'onde avec un terme source traduisant la dilatation due à l'élévation de température a été résolue dans chaque milieu, et les deux solutions ont été couplées au moyen des conditions aux limites. Ce modèle permet de comprendre les mécanismes de génération, et aussi d'étudier l'influence des paramètres comme la longueur de pénétration optique, la durée d'impulsion, l'épaisseur de la résine. Dans un deuxième temps, une méthode alternative pour la résolution du problème de génération et de propagation d'ultrasons par laser a été proposée. Cette approche, également semi-analytique, est basée sur la recherche de la fonction de Green associée à l'équation de Helmholtz unidimensionnelle en géométrie plane homogène. La connaissance de la réponse acoustique de la plaque à une source ponctuelle, permet d'obtenir la réponse associée à une distribution quelconque de sources dans le volume par convolution de la fonction de Green avec ce profil. L'avantage prin-

cipal de cette méthode est que le profil de la source considérée peut être quelconque et pas seulement de forme exponentiellement décroissante, qui consiste un choix nécessaire à la première méthode de résolution afin de pouvoir résoudre analytiquement l'équation d'onde. Un deuxième avantage est que le calcul de la fonction de Green, qui est la partie la plus coûteuse en terme de temps, permet ensuite d'obtenir la réponse acoustique de la plaque pour différents profils de sources acoustiques. Une perspective concernant ce modèle est de l'étendre au cas de génération acoustique dans un bicouche 1D. Pour cela, il suffit d'utiliser la technique développée ici, en considérant deux fonctions de Green, une associée dans chaque couche. Les déplacements calculés par ces deux approches ont été comparés afin de montrer la cohérence de la méthode proposée.

Dans la suite, nous nous sommes intéressés au calcul des diagrammes de directivité dans des géométries planes, monocouches et bicouches par des sources acoustiques résultant de l'absorption optique d'une onde électromagnétique. La méthodologie suivie est basée sur l'application du théorème de réciprocité. Le deuxième chapitre consiste en un rappel du modèle proposé par Raetz,<sup>20</sup> de génération dans un demi-espace semi-transparent isotrope, sur lequel nous nous appuyons pour la suite de notre travail. Tout d'abord, les diagrammes de directivité pour différents régimes de génération, d'ablation et dipolaire, ont été analysés. Ensuite, la pénétration optique dans le demi-espace est considérée et les diagrammes correspondants sont étudiés. L'analyse des diagrammes de directivité a permis de comprendre l'influence de la longueur de pénétration optique sur la directivité des ondes en fonction de leur longueur d'onde. Lorsque la longueur de pénétration optique augmente devant la longueur d'onde acoustique, les ondes de compression se propagent vers les directions parallèles à la surface. De plus, l'amplitude diminue avec l'augmentation de la pénétration optique. Par contre, les ondes de tête se propageant dans la direction de l'angle critique conservent la même amplitude.

Ensuite, dans le troisième chapitre, nous considérons que le demi-espace absorbant la radiation électromagnétique (opaque ou semi-transparent) est chargé par un demi-espace transparent. Ainsi, le faisceau laser est incident à l'interface entre les deux milieux. Les coefficients de réflexion et de transmission à l'interface sont d'abord calculés et analysés pour différents contrastes de matériaux à l'aide des différents angles critiques. Nous observons que le chargement du demi-espace absorbant par un demi-espace transparent, introduit dans les diagrammes de directivité des ondes de compression se propageant dans la direction normale à la surface. Dans le cas où l'impédance acoustique du demi-espace transparent est supérieure à celle du substrat, alors l'amplitude de ces ondes est plus importante que celle dans les autres directions de propagation. Lorsque la pénétration optique augmente devant la longueur d'onde, le même phénomène de propagation dans les directions latérales que celui du deuxième chapitre est observé.

Enfin, dans le quatrième chapitre la génération dans un substrat chargé par une couche d'épaisseur finie transparente ou semi-transparente est considérée. Dans un premier temps, uniquement le substrat absorbe la radiation électromagnétique, alors l'influence des paramètres comme l'épaisseur de la couche, et le ratio de l'impédance acoustique entre les deux milieux est examinée. Nous avons constaté l'effet d'une lame quart d'onde, qui entraîne une résonance d'amplitude. Puis, la réduction de l'efficacité de génération en amplitude pour une épaisseur égale à la moitié de la longueur d'onde acoustique est observée. De plus, la génération est plus efficace lorsque l'impédance

acoustique de la couche est considérablement inférieure à celle du substrat. Puis, la couche est considérée comme semi-transparente, ainsi désormais une source acoustique est distribuée dans son volume. L'effet de la longueur de pénétration optique dans la couche sur les ondes de compression est examiné. L'augmentation de la pénétration optique entraîne une émission acoustique plutôt privilégiée dans la direction normale, et en même temps la génération est plus efficace en amplitude. Ceci a été attribué au fait que lorsque la longueur de pénétration optique devient importante devant l'épaisseur de la couche, la source générée sur la surface du substrat commence à dicter la génération. Les diagrammes de directivité exposés montrent l'influence de la longueur de pénétration optique et de l'épaisseur de la couche sur l'amplitude d'ondes générées, permettant ainsi d'expliquer les inhomogénéités observées sur les cartographies.

Les modèles pour le calcul des fonctions de directivité dans le cadre des travaux de cette thèse ouvrent des perspectives intéressantes pour la suite. Tout d'abord les modèles de directivité développés dans les chapitres (3) et (4) doivent être étendus au cas anisotrope afin de décrire la propagation dans le substrat de CFRP d'une façon plus réaliste. Pour cela, il faut traiter le problème de réflexion et transmission sur l'interface entre le milieu isotrope et le milieu anisotrope. La résolution de l'équation de Christoffel permet d'obtenir les valeurs et les vecteurs propres, associés aux différents modes de propagation, i.e. le mode longitudinal, et les modes transversal horizontal et transversal vertical. Un point important de tous ces travaux réside dans le fait que les diagrammes de directivité calculés pour différentes configurations de matériaux et de lasers, permettent de connaître la répartition angulaire d'énergie émise par ce type de source caractéristique d'une génération par laser. Cette information peut être ensuite utilisée dans le code CIVA pour définir les rayons qui seront utilisés pour évaluer le champ rayonné dans un point du milieu en champ lointain de la source.

## Annexe A

# Calcul de l'énergie absorbée dans un échantillon bicouche optique

Un bicouche possédant les propriétés de la résine-époxy et du CFRP est considéré ici. La surface est posée en  $z = 0$  et l'interface résine-époxy/CFRP est située en  $z = d$ . La couche de CFRP peut être supposée semi-infinie dans ce contexte, car l'absorption de l'onde électromagnétique se fait dans une courte longueur devant l'épaisseur de la couche, ainsi la face arrière en  $z = D$  du CFRP est supprimée.

Le champ électrique incident de polarisation suivant  $\mathbf{y}$ , i.e. la direction sortant du plan de la figure, est transmis au travers de l'interface vide/résine-époxy. L'amplitude de l'onde incidente est notée  $E_0$ . Suite à l'interaction de cette onde avec la surface, une onde d'amplitude  $\rho$  réfléchie et une onde d'amplitude  $a$  transmise dans la résine-époxy sont générées. Puis, cette dernière onde se propage dans la couche de résine-époxy, et de nouveau, deux ondes sont générées à l'interface résine-époxy/CFRP : une onde réfléchie possédant une amplitude  $b$ , et une onde transmise dans le CFRP d'amplitude  $\tau$ .

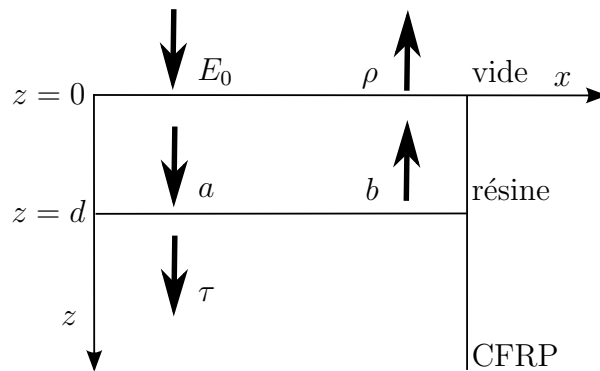


FIGURE A.1 – Description de la géométrie considérée ici et représentation des ondes électromagnétiques se propageant suite à l'absorption optique du faisceau laser.

## A.1 Radiation lumineuse : description des champs électriques et magnétiques

Le flux de la lumière incidente est supposé constant, donc le régime est stationnaire et les champs électriques s'écrivent sous la forme d'ondes planes monochromatiques progressives et rétrogrades :

$$\mathbf{E}_v = (E_0 e^{jk_v z} + \rho E_0 e^{-jk_v z}) e^{j\omega t} \mathbf{y}, \quad (\text{A.1a})$$

$$\mathbf{E}_r = (a E_0 e^{jn_r k_r z} + b E_0 e^{-jn_r k_r z}) e^{j\omega t} \mathbf{y}, \quad (\text{A.1b})$$

$$\mathbf{E}_C = \tau E_0 e^{jn_C k_C z} e^{j\omega t} \mathbf{y}, \quad (\text{A.1c})$$

où  $n_i$  est l'indice de réfraction, et  $k_i$  est le nombre d'onde optique défini par  $k_i = n_i k$ , où  $k = \omega/c$  est le nombre d'onde dans le vide, et  $c$  est la célérité de la lumière. L'indice  $i = v, r, C$  désigne respectivement le vide, la couche de la résine, et le substrat du CFRP. Pour les trois milieux considérés ici les coefficients de réfraction sont :  $n_v = 1$  pour le vide,  $n_r = 1.8 + 0.04j$  pour la résine-époxy, et  $n_C = 7 + 7.5j$  pour le CFRP.<sup>32</sup>

Puis, en utilisant la troisième équation de Maxwell :

$$\text{rot} \mathbf{E}_i(z, t) = -\mu_i \frac{\partial \mathbf{H}_i(z, t)}{\partial t}, \quad (\text{A.2})$$

où  $\mu_i$  est la perméabilité magnétique du milieu  $i$ , pour  $i = v, r, C$ , nous évaluons les champs magnétiques  $\mathbf{H}_i$  dans les différents milieux à partir des équations (A.1) :

$$\mathbf{H}_v = \frac{E_0}{c} (-e^{jk_v z} + \rho e^{-jk_v z}) \mathbf{x} e^{j\omega t}, \quad (\text{A.3a})$$

$$\mathbf{H}_r = \frac{E_0}{c} (-a e^{jn_r k_r z} \mathbf{x} + b e^{-jn_r k_r z} \mathbf{x}) e^{j\omega t}, \quad (\text{A.3b})$$

$$\mathbf{H}_C = -\frac{E_0}{c} \tau e^{jn_C k_C z} \mathbf{x} e^{j\omega t}. \quad (\text{A.3c})$$

## A.2 Calcul de l'amplitude des ondes électromagnétiques se propageant dans une géométrie bicouche

Les amplitudes  $\rho, a, b$  et  $\tau$  sont obtenues à l'aide des conditions de continuité à la surface  $z = 0$  et à l'interface  $z = d$  pour les champs électriques  $\mathbf{E}_i$  et magnétiques  $\mathbf{H}_i$  :

(i) Continuité des champs électriques en surface :

$$\mathbf{E}_v|_{z=0} = \mathbf{E}_r|_{z=0}, \quad (\text{A.4a})$$

(ii) Continuité des champs magnétiques en surface :

$$\mathbf{H}_v|_{z=0} = \mathbf{H}_r|_{z=0}, \quad (\text{A.4b})$$

(iii) Continuité des champs électriques à l'interface :

$$\mathbf{E}_r|_{z=d} = \mathbf{E}_C|_{z=d}, \quad (\text{A.4c})$$

(iv) Continuité des champs magnétiques à l'interface :

$$\mathbf{H}_r|_{z=d} = \mathbf{H}_C|_{z=d}. \quad (\text{A.4d})$$

Les relations (A.4) forment le système linéaire de taille  $4 \times 4$  suivant :

$$1 + \rho = a + b \quad (\text{A.5a})$$

$$-1 + \rho = -n_r a + n_r b \quad (\text{A.5b})$$

$$a e^{j n_r k d} + b e^{-j n_r k d} = \tau e^{j n_C k d} \quad (\text{A.5c})$$

$$-n_r a e^{j n_r k d} + n_r b e^{-j n_r k d} = -n_C \tau e^{j n_C k d} \quad (\text{A.5d})$$

Les expressions des coefficients que nous obtenons après la résolution du système (A.5) sont :

$$a = \frac{t_{vr}}{1 + r_{vr} r_{rC} e^{2j n_r k d}}, \quad (\text{A.6a})$$

$$b = \frac{t_{vr} r_{rC} e^{2j n_r k d}}{1 + r_{vr} r_{rC} e^{2j n_r k d}}, \quad (\text{A.6b})$$

$$\rho = \frac{r_{vr} + r_{rC} e^{2j n_r k d}}{1 + r_{vr} r_{rC} e^{2j n_r k d}}, \quad (\text{A.6c})$$

$$\tau = \frac{t_{vr} t_{rC} e^{j n_r k d}}{1 + r_{vr} r_{rC} e^{2j n_r k d}} e^{-j n_C k d}, \quad (\text{A.6d})$$

où  $t_{ij}, r_{ij}$  sont les coefficients de transmission et réflexion, pour  $i, j = v, r, C$ . Les coefficients de transmission et réflexion sont donnés par :

$$t_{ij} = \frac{2n_i}{n_i + n_j}, \quad (\text{A.7a})$$

$$r_{ij} = \frac{n_i - n_j}{n_i + n_j}. \quad (\text{A.7b})$$

Les indices de réfraction étant complexes, la phase de l'onde transmise et réfléchie peut être modifiée par rapport à l'onde incidente. Même dans le cas où ces indices seraient réels, dans le cas  $n_j > n_i$ , le coefficient de réflexion devient négatif, l'onde réfléchie est alors déphasée de  $180^\circ$  par rapport à l'onde incidente.

### A.3 Calcul du vecteur de Poynting $S$ et de la densité volumique d'énergie déposée $Q$

Une fois que les expressions analytiques des champs électriques  $\mathbf{E}_i$  et magnétiques  $\mathbf{H}_i$  sont obtenues, nous sommes capables de calculer le vecteur de Poynting en utilisant la formule :

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{2} \Re(\mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i^*), \quad (\text{A.8})$$

où l'opérateur  $*$  dénote le conjugué d'un champ complexe, pour  $i = r, v$ , et  $C$ . Le vecteur de Poynting indique dans un milieu isotrope la direction de propagation de l'onde électromagnétique. Son flux à travers une interface est égal à la puissance transportée par l'onde à travers de cette interface.

Enfin, lorsque les vecteurs de Poynting  $\mathbf{S}_r$  et  $\mathbf{S}_C$  concernant respectivement la couche de résine et la couche de CFRP sont connus, nous appliquons l'équation locale de conservation électromagnétique afin d'obtenir la densité volumique d'énergie électromagnétique déposée dans les deux milieux :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{S}_i, \quad (\text{A.9})$$

pour  $i = r, C$ . Les expressions obtenues sont :

$$Q_r = \frac{n'_r \beta_r k}{\mu_r \omega} \frac{(E_0 |t_{vr}|)^2}{(1 + r_{vr} r_{rC})^2} \left( e^{-2n''_r k z} + |r_{rC}|^2 e^{-2n''_r k(z-2d)} + 2\Im(g) \sin(2n'_r k z) + 2\Re(g) \cos(2n'_r k z) \right),$$

$$Q_C = \frac{n'_C \beta_C k}{\mu_3 \omega} \frac{(E_0 |t_{vr}| |t_{rC}|)^2}{(1 + r_{vr} r_{rC})^2} e^{-2n''_C k(z-d)} e^{-2n''_r k d},$$

où  $g = r_{rC} e^{2jn_r k d}$ ,  $n'_r$ ,  $n''_r$  sont respectivement la partie réelle et imaginaire de  $n_r$ ,  $n'_C$  et  $n''_C$  sont respectivement la partie réelle et imaginaire de  $n_C$ .

## Annexe B

# Résolution de l'équation d'onde avec un terme source dans une plaque finie et dans une géométrie bicouche

### B.1 Résolution de l'équation d'onde avec un terme source dans une plaque finie

La solution totale  $\hat{u}_t$  pour le cas de la génération acoustique et de la propagation dans une plaque finie est obtenue en suivant la même démarche que dans le cas de génération dans un demi-espace, comme celle-ci est exposée dans le paragraphe §(1.3.1). La solution totale est exprimée comme la somme d'une solution homogène et d'une solution particulière :  $\hat{u}_t = \hat{u}_h + \hat{u}_p$ . La solution particulière est identique à la solution particulière dans le cas d'un demi-espace :

$$\hat{u}_p(z) = -\frac{\chi\beta T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)}e^{-\beta z}. \quad (\text{B.1})$$

Il ne reste qu'à trouver la solution homogène  $\hat{u}_h$ . En résolvant l'équation caractéristique de l'équation d'onde nous obtenons l'expression de la solution homogène :

$$\hat{u}_h = Ae^{jk_L z} + Be^{-jk_L z}.$$

où  $A$  et  $B$  sont deux constantes inconnues à déterminer. Pour cela, nous utilisons les conditions aux limites :

– Conditions de surface libre :

$$\sigma|_{z=0} = 0, \quad (\text{B.2a})$$

$$\sigma|_{z=D} = 0, \quad (\text{B.2b})$$

où  $\sigma(z, \omega)$  est la contrainte totale en un point  $z$  de la plaque, pour une fréquence  $\omega$  donnée. Cette contrainte est définie par :

$$\sigma(z, \omega) = \sigma_m(z, \omega) + \sigma_T(z, \omega), \quad (\text{B.3})$$



avec les expressions pour les contraintes mécaniques  $\sigma_m$  et thermiques  $\sigma_T$  :

$$\sigma_m(z, \omega) = C_{11} \frac{\partial \hat{u}}{\partial z}(z, \omega),$$

$$\sigma_T(z, \omega) = -\chi \nabla T(z, \omega).$$

En remplaçant l'expression (B.3) de la contrainte  $\sigma(z, \omega)$  dans les conditions aux limites (B.2) nous obtenons un système linéaire de dimension  $2 \times 2$  dans lequel les inconnues sont les constantes  $A$  et  $B$ . La résolution du système permet d'identifier ces constantes :

$$A = \frac{\chi T_0 j k_L}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} \frac{(e^{-\beta D} - e^{-j k_L D})}{(e^{j k_L D} - e^{-j k_L D})}, \quad (\text{B.5a})$$

$$B = \frac{\chi T_0 j k_L}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} \frac{(e^{-\beta D} - e^{j k_L D})}{(e^{j k_L D} - e^{-j k_L D})}, \quad (\text{B.5b})$$

d'où la solution totale :

$$\hat{u}_t(z, \omega) = \frac{j k_L \chi T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} \left( \frac{j \beta}{k_L} e^{-\beta z} + \frac{e^{-\beta D} - e^{-j k_L D}}{e^{j k_L D} - e^{-j k_L D}} e^{j k_L z} + \frac{e^{-\beta D} - e^{j k_L D}}{e^{j k_L D} - e^{-j k_L D}} e^{-j k_L z} \right). \quad (\text{B.6})$$

## B.2 Résolution de l'équation d'onde avec un terme source dans une géométrie bicouche

Dans le premier chapitre (1) nous avons défini les solutions totales  $\hat{u}_1$  et  $\hat{u}_2$  (éq. 1.16) de l'équation d'onde dans une géométrie bicouche. Nous rappelons leurs expressions :

$$\hat{u}_1(z, \omega) = A^+ e^{j k_1 z} + A^- e^{-j k_1 z} - \frac{\chi_1 \beta_1 T_0^1}{C_{11}^1(\beta_1^2 + k_{L_1}^2)} e^{-\beta_1 z}, \text{ pour } z \in [0, d],$$

$$\hat{u}_2(z, \omega) = B^+ e^{j k_2 z} + B^- e^{-j k_2 z} - \frac{\chi_2 \beta_2 T_0^2}{C_{11}^2(\beta_2^2 + k_{L_2}^2)} e^{-\beta_2 z}, \text{ pour } z \in [d, D].$$

Dans ces expressions, les constantes  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$  et  $B^-$  sont inconnues, et pour les déterminer les conditions aux limites sont utilisées. Nous rappelons que les conditions imposées dans notre problème sont :

– Condition de surface libre :

$$\sigma_1|_{z=0} = 0,$$

– Condition de face arrière libre :

$$\sigma_2|_{z=D} = 0,$$

– Continuité des contraintes à l'interface :

$$\sigma_1|_{z=d} = \sigma_2|_{z=d},$$

– Continuité des déplacements à l'interface :

$$\hat{u}_1|_{z=d} = \hat{u}_2|_{z=d}.$$

Les contraintes  $\sigma_i(z, \omega)$ , pour  $i = 1, 2$ , en un point  $z$  pour une fréquence  $\omega$  donnée, sont définies par :

$$\sigma_i(z, \omega) = \sigma_i^m(z, \omega) + \sigma_i^T(z, \omega), \quad (\text{B.9})$$

avec les expressions pour les contraintes mécaniques  $\sigma_i^m$  et thermiques  $\sigma_i^T$  :

$$\sigma_i^m(z, \omega) = C_{11}^i \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial z}(z, \omega),$$

$$\sigma_i^T(z, \omega) = -\chi_i \nabla T_i(z, \omega).$$

En remplaçant les équations (1.6) et (1.16) dans les expressions définies ci-dessus nous obtenons les contraintes totales dans les deux couches :

$$\sigma_1(z, \omega) = C_{11}^1 j k_{L_1} [A^+ e^{j k_{L_1} z} - A^- e^{-j k_{L_1} z}] + \frac{\chi_1 \beta_1^2 T_0^1}{\beta_1^2 + k_{L_1}^2} e^{-\beta_1 z},$$

$$\sigma_2(z, \omega) = C_{11}^2 j k_{L_2} [B^+ e^{j k_{L_2} z} - B^- e^{-j k_{L_2} z}] + \frac{\chi_2 \beta_2^2 T_0^2}{\beta_2^2 + k_{L_2}^2} e^{-\beta_2 z}.$$

Maintenant, nous développons les conditions aux limites en utilisant les expressions analytiques des contraintes  $\sigma_i$  et des champs des déplacements  $\hat{u}_i$  :

– Condition de surface libre :

$$j k_{L_1} (A^+ - A^-) - \frac{\chi_1 k_{L_1}^2 T_0^1}{C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)} = 0,$$

– Condition de face arrière libre :

$$j k_{L_2} (B^+ e^{j k_{L_2} D} - B^- e^{-j k_{L_2} D}) + \frac{\chi_2 \beta_2^2 T_0^2}{C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)} e^{-\beta_2 D} = 0,$$

– Continuité des contraintes à l'interface :

$$C_{11}^1 j k_{L_1} (A^+ e^{j k_{L_1} d} - A^- e^{-j k_{L_1} d}) - C_{11}^2 j k_{L_2} (B^+ e^{j k_{L_2} d} - B^- e^{-j k_{L_2} d}) - \frac{\chi_1 k_{L_1}^2 T_0^1}{\beta_1^2 + k_{L_1}^2} e^{-\beta_1 d} + \frac{\chi_2 k_{L_2}^2 T_0^2}{\beta_2^2 + k_{L_2}^2} e^{-\beta_2 d} = 0,$$

– Continuité des déplacements à l'interface :

$$A^+ e^{j k_{L_1} d} + A^- e^{-j k_{L_1} d} - B^+ e^{j k_{L_2} d} - B^- e^{-j k_{L_2} d} - \frac{\chi_1 \beta_1 T_0^1 e^{-\beta_1 d}}{C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)} + \frac{\chi_2 \beta_2 T_0^2 e^{-\beta_2 d}}{C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)} = 0.$$

Nous écrivons les équations précédentes sous une forme matricielle, avec les constantes  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$  et  $B^-$  et leurs facteurs sur la partie gauche du système linéaire à quatre équations :

$$j k_{L_1} [A^+ - A^-] = \frac{\chi_1 k_{L_1}^2 T_0^1}{C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)},$$

$$jk_{L_2} [B^+ e^{jk_{L_2} D} - B^- e^{-jk_{L_2} D}] = -\frac{\chi_2 \beta_2^2 T_0^2 e^{-\beta_2 D}}{C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)},$$

$$C_{11}^1 jk_{L_1} [A^+ e^{jk_{L_1} d} - A^- e^{-jk_{L_1} d}] - C_{11}^2 jk_{L_2} [B^+ e^{jk_{L_2} d} - B^- e^{-jk_{L_2} d}] = \frac{\chi_1 k_{L_1}^2 T_0^1 e^{-\beta_1 d}}{\beta_1^2 + k_{L_1}^2} - \frac{\chi_2 k_{L_2}^2 T_0^2 e^{-\beta_2 d}}{\beta_2^2 + k_{L_2}^2},$$

$$A^+ e^{jk_{L_1} d} + A^- e^{-jk_{L_1} d} - B^+ e^{jk_{L_2} d} - B^- e^{-jk_{L_2} d} = \frac{\chi_1 \beta_1 T_0^1 e^{-\beta_1 d}}{C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)} - \frac{\chi_2 \beta_2 T_0^2 e^{-\beta_2 d}}{C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)}.$$

Dans la suite afin de simplifier l'écriture du système nous définissons les variables :  $a = jk_{L_1}$ ,  $b = jk_{L_2}$ ,  $m = e^{jk_{L_2} D}$ ,  $f = e^{jk_{L_1} d}$ ,  $g = e^{jk_{L_2} d}$ ,  $v = C_{11}^1$ , et  $w = C_{11}^2$ . Ainsi, le système précédent peut s'écrire sous la forme matricielle :

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \text{ avec} \quad (\text{B.14a})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mb & -b/m \\ vaf & -va/f & -wbg & wb/g \\ f & 1/f & -g & -1/g \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} A^+ \\ A^- \\ B^+ \\ B^- \end{bmatrix}, \quad (\text{B.14b})$$

et

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \chi_1 k_{L_1}^2 T_0^1 / [C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)] \\ -\chi_2 \beta_2^2 T_0^2 e^{-\beta_2 D} / [C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)] \\ \chi_1 k_{L_1}^2 T_0^1 e^{-\beta_1 d} / [\beta_1^2 + k_{L_1}^2] - \chi_2 k_{L_2}^2 T_0^2 e^{-\beta_2 d} / [\beta_2^2 + k_{L_2}^2] \\ \chi_1 \beta_1 T_0^1 e^{-\beta_1 d} / [C_{11}^1 (\beta_1^2 + k_{L_1}^2)] - \chi_2 \beta_2 T_0^2 e^{-\beta_2 d} / [C_{11}^2 (\beta_2^2 + k_{L_2}^2)] \end{bmatrix}. \quad (\text{B.14c})$$

Nous calculons analytiquement l'expression de la matrice inverse de  $\mathbf{A}$  :  $\mathbf{A}^{-1} =$

$$c \begin{bmatrix} -[av(g^2 + m^2) + bw(g^2 - m^2)]/a & 2fgmw & f(g^2 + m^2) & bfw(m^2 - g^2) \\ -f^2[av(g^2 + m^2) + bw(g^2 - m^2)]/a & 2fgmw & f(g^2 + m^2) & bfw(m^2 - g^2) \\ -2fgv & m[av(f^2 - 1) + bw(f^2 + 1)]/b & g(f^2 + 1) & agv(1 - f^2) \\ -2fgm^2v & mg^2[av(1 - f^2) + bw(1 + f^2)]/b & gm^2(f^2 + 1) & agm^2v(1 - f^2) \end{bmatrix}$$

avec  $c = 1/\det(\mathbf{A})$ , et enfin nous déduisons les constantes  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$  et  $B^-$  par l'évaluation du produit matriciel suivant :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} A^+ \\ A^- \\ B^+ \\ B^- \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}. \quad (\text{B.15})$$

Nous rappelons que la résolution du système (B.15) se fait dans l'espace des fréquences, pour tous  $\omega$ . Ainsi, le vecteur  $\mathbf{x}$  contenant les constantes  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$  et  $B^-$ , est calculé en fonction de  $\omega$  :

$$\mathbf{x}(\omega) = \begin{bmatrix} A^+ \\ A^- \\ B^+ \\ B^- \end{bmatrix}_{(\omega)}. \quad (\text{B.16})$$

La détermination des constants  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$ , et  $B^-$  pour tout  $\omega \in [0, f_{max}]$  permet de connaître par les équations (1.16) les champs de déplacements  $\hat{u}_1(\omega)$ ,  $\hat{u}_2(\omega)$  dans l'espace

des fréquences (spectre). Ensuite nous appliquons une transformation de Fourier inverse afin d'obtenir les champs de déplacements  $u_1$  et  $u_2$  dans l'espace physique de temps :

$$u_1(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_1(z, \omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

$$u_2(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_2(z, \omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

# Annexe C

## Calculs associés au modèle de convolution entre la fonction de Green et le profil correspondant à la distribution de température

### C.1 Condition de radiation de Sommerfeld

La condition de rayonnement de Sommerfeld est une condition typiquement utilisée lorsque nous considérons une source acoustique rayonnant dans un demi-espace. Cette condition traduit le fait que l'énergie rayonnée par la source doit être dispersée vers l'infini, autrement dire aucune énergie ne peut être rayonnée de l'infini vers le domaine d'étude. Une solution  $u$  de l'équation d'onde inhomogène (1.7) doit satisfaire la relation :

$$\lim_{z \rightarrow \infty} |z|^{\frac{n-1}{2}} \left( \frac{\partial}{\partial |z|} - jk_L \right) u(z) = 0, \quad (\text{C.1})$$

où  $n = 1, 2, 3$  est la dimension de l'espace considéré, et  $k_L$  est le nombre d'onde, sous l'hypothèse que le champ harmonique du temps est défini par  $e^{j\omega t}u$ . Si le champ harmonique du temps est défini par  $e^{-j\omega t}u$ , alors dans la condition de rayonnement de Sommerfeld (C.1) nous remplaçons  $-jk_L$  par  $jk_L$ .

### C.2 Calcul analytique des conditions aux limites

Dans ce paragraphe nous détaillons les calculs concernant les conditions aux limites associées à la fonction de Green  $G$  définie dans le paragraphe §(1.3.2).

### C.2.1 Condition associée à un saut des contraintes en $z = z_0$

$$\begin{aligned}
G(z = z_0|z_0) = 0 &\Rightarrow f_g(z = z_0|z_0)H_g(z_0 - z) + f_d(z = z_0|z_0)H_d(z - z_0) = 0 \\
&\Rightarrow -f_g(z = z_0|z_0) + f_d(z = z_0|z_0) = 0 \\
&\Rightarrow -\mathcal{A}e^{-jk_L(z_0 - z_0)} - \mathcal{B}e^{jk_L(z_0 - z_0)} + \mathcal{C}e^{jk_L(z_0 - z_0)} = 0 \\
&\Rightarrow \mathcal{A} + \mathcal{B} = \mathcal{C}.
\end{aligned} \tag{C.2}$$

### C.2.2 Condition associée à la continuité des déplacements à gauche et à droite de la source ponctuelle se situant en $z = z_0$

Nous développons la deuxième condition et nous obtenons :

$$\begin{aligned}
G'(z = z_0|z_0) &= f'_g(z|z_0)H_g(z_0 - z) + f_g(z|z_0)H'_g(z_0 - z) \\
&\quad + f'_d(z|z_0)H_d(z - z_0) + f_d(z|z_0)H'_d(z - z_0) \\
&= f'_g(z|z_0)H_g(z_0 - z) + f_g(z|z_0)\delta(z_0 - z) \\
&\quad + f'_d(z|z_0)H_d(z - z_0) - f_d(z|z_0)\delta(z - z_0).
\end{aligned} \tag{C.3}$$

Le lecteur peut aisément vérifier que pour  $z = z_0$  la relation (C.3) donne :

$$f_g(z = z_0|z_0) - f_d(z = z_0|z_0) = 0. \tag{C.4}$$

En même temps, pour  $z = z_0$  nous obtenons :

$$\delta(z - z_0) = \delta(z_0 - z) = 1. \tag{C.5}$$

En injectant les relations (C.4) et (C.5) dans l'équation (C.3) il suit :

$$\begin{aligned}
G'(z = z_0|z_0) &= f'_g(z = z_0|z_0)H_g(z_0 - z) + f'_d(z = z_0|z_0)H_d(z - z_0) \\
&= -f'_g(z = z_0|z_0) + f'_d(z = z_0|z_0).
\end{aligned} \tag{C.6}$$

Puis, nous développons les expressions de  $f'_g(z = z_0|z_0)$  et  $f'_d(z = z_0|z_0)$  :

$$\begin{aligned}
G'(z = z_0|z_0) = b &\Leftrightarrow -f'_g(z = z_0|z_0) + f'_d(z = z_0|z_0) = b \\
&\Leftrightarrow -jk_L(-\mathcal{A} + \mathcal{B} - \mathcal{C}) = b \\
&\Leftrightarrow \mathcal{A} - \mathcal{B} + \mathcal{C} = \frac{b}{jk_L} \\
&\Leftrightarrow_{(C.2)} \mathcal{A} = \frac{b}{2jk_L}.
\end{aligned} \tag{C.7}$$

### C.2.3 Condition associée à l'hypothèse de surface libre de la plaque en $z = 0$

$$\begin{aligned}
G'(z=0|z_0) = b &\Rightarrow f'_g(z=0|z_0)H_g(z_0-z) + f_g(z=0|z_0)H'_g(z_0-z) \\
&\quad + f'_d(z=0|z_0)H_d(z-z_0) + f_d(z=0|z_0)H'_d(z-z_0) = b \\
&\Rightarrow -f'_g(z=0|z_0) = b \Rightarrow -jk_L(-\mathcal{A}e^{jk_L z_0} + \mathcal{B}e^{-jk_L z_0}) = b \\
&\Rightarrow \mathcal{B} = \mathcal{A}e^{2jk_L z_0} + \frac{\chi\beta T_0}{jk_L C_{11}}e^{jk_L z_0}.
\end{aligned} \tag{C.8}$$

Ainsi, les équations (C.2), (C.7), et (C.8) permettent d'évaluer les amplitudes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$ ; et la fonction de Green  $G$  est entièrement définie :

$$G(z|z_0, \omega) = [\mathcal{A}e^{-jk_L(z-z_0)} + \mathcal{B}e^{jk_L(z-z_0)}] H_g(z_0-z) + \mathcal{C}e^{jk_L(z-z_0)} H_d(z-z_0).$$

## C.3 Détails de la convolution entre la fonction de Green $G$ et le profil $p$ de la source

Maintenant, nous évaluons analytiquement le champ des déplacements, comme nous l'avons défini dans l'équation §(1.21a). Nous rappelons que le champ des déplacements  $u$  a été défini comme la convolution entre la fonction de Green  $G$  calculée précédemment et la distribution des sources  $p$  associées au gradient de température  $\nabla T$  :

$$u(z) = \int_{-\infty}^{\infty} G(z|z_0)p(z_0)dz_0,$$

où  $p(z) = e^{-\beta z}$ . Pour des raisons de convivialité nous écrivons le champ des déplacements sous la forme suivante en utilisant la définition de la fonction de Green donnée dans l'équation (1.24) :

$$u(z) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} f_g(z|z_0)H_g(z_0-z)p(z_0)dz_0}_{I_1} + \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} f_d(z|z_0)H_d(z-z_0)p(z_0)dz_0}_{I_2}, \tag{C.9}$$

où  $f_g$  et  $f_d$  sont les fonctions définies par :

$$f_g(z|z_0) = \mathcal{A}e^{-jk_L(z-z_0)} + \mathcal{B}e^{jk_L(z-z_0)} = \frac{b}{2jk_L} [e^{-jk_L(z-z_0)} + e^{2jk_L z_0}e^{jk_L(z-z_0)}] + \frac{\chi\beta T_0 e^{jk_L z}}{jk_L C_{11}}, \tag{C.10a}$$

$$f_d(z|z_0) = \mathcal{C}e^{jk_L(z-z_0)} = \frac{b}{2jk_L} [e^{jk_L(z-z_0)} + e^{2jk_L z_0}e^{jk_L(z-z_0)}] + \frac{\chi\beta T_0 e^{jk_L z}}{jk_L C_{11}}. \tag{C.10b}$$

Dans la suite nous détaillons le calcul des deux intégrales  $I_1$ ,  $I_2$ .

### C.3.1 Principe de calcul de $I_1$ et $I_2$

Ici la méthode d'intégration par parties a été utilisée, permettant ainsi de transformer l'intégrale d'un produit de fonctions en d'autres intégrales, dans le but de simplifier le calcul. Nous rappelons le principe de cette méthode :

$$\int_a^b u'(z)v(z)dz = [u(z)v(z)]_a^b - \int_a^b u(z)v'(z)dz, \quad (\text{C.11})$$

où  $u$  et  $v$  sont deux fonctions dérivables. Nous appliquons ce principe au calcul de  $I_1$  et  $I_2$  :

$$\int_0^\infty f_g(z|z_0)H_g(z_0 - z)p(z_0)dz_0 = \left[ G_1(z|z_0)H_g(z_0 - z) \right]_0^\infty - \int_0^\infty G_1(z|z_0)\delta(z_0 - z)dz_0,$$

et

$$\int_0^\infty f_d(z|z_0)H_d(z - z_0)p(z_0)dz_0 = \left[ G_2(z|z_0)H_d(z - z_0) \right]_0^\infty + \int_0^\infty G_2(z|z_0)\delta(z - z_0)dz_0,$$

où  $G_1$  et  $G_2$  sont respectivement les primitives des fonctions  $f_g(z|z_0)p(z_0)$  et  $f_d(z|z_0)p(z_0)$ . Nous rappelons deux propriétés de la fonction de Dirac qui seront utilisées dans la suite :

$$\delta(-z) = \delta(z),$$

$$\int_{-\infty}^\infty f(z)\delta(z - z_0)dz = f(z_0).$$

En appliquant ces propriétés et la définition de  $H_g(z_0 - z)$  sur l'intégrale  $I_1$  nous obtenons :

$$\int_0^\infty G_1(z|z_0)\delta(z_0 - z)dz_0 = G_1(z|z_0 = z), \quad (\text{C.12a})$$

et

$$\left[ G_1(z|z_0)H_g(z_0 - z) \right]_0^\infty = -G_1(z|z_0 \rightarrow \infty). \quad (\text{C.12b})$$

Ainsi, nous déduisons les expressions des intégrales  $I_1$  et  $I_2$  :

$$I_1(z) = -G_1(z|z_0 \rightarrow \infty) - G_1(z|z_0 = z), \quad (\text{C.12c})$$

$$I_2(z) = G_2(z|z_0 = z) - G_2(z|z_0 = 0). \quad (\text{C.12d})$$

En injectant les expressions (C.12c) et (C.12d) dans l'équation (C.9) le champ des déplacements  $u$  est obtenu :

$$u(z) = -G_1(z|z_0 \rightarrow \infty) - G_1(z|z_0 = z) + G_2(z|z_0 = z) - G_2(z|z_0 = 0). \quad (\text{C.12e})$$

Pour obtenir l'expression analytique de  $u(z)$  il nous reste à calculer les fonctions  $G_1(x|x_0)$ ,  $G_2(x|x_0)$ . Dans la suite le terme constant  $b/2jk_L$  est omis afin de faciliter la lecture. Ce terme sera rajouté à l'expression finale de la solution.



### C.3.2 Calcul de la fonction $G_1(z|z_0)$ .

Nous explicitons d'abord le produit de  $f_g(z|z_0)p(z_0)$  :

$$\begin{aligned} f_g(z|z_0)p(z_0) &= e^{-jk_L(z-z_0)}e^{-\beta z_0} + e^{2jk_L z_0}e^{jk_L(z-z_0)}e^{-\beta z_0} + \frac{\chi\beta T_0 e^{jk_L z_0}}{jk_L C_{11}}e^{jk_L(z-z_0)}e^{-\beta z_0} \Rightarrow \\ f_g(z|z_0)p(z_0) &= e^{-jk_L z}e^{(jk_L-\beta)z_0} + e^{jk_L z}e^{(jk_L-\beta)z_0} + \frac{\chi\beta T_0}{jk_L C_{11}}e^{jk_L z}e^{-\beta z_0}. \end{aligned}$$

Ensuite, nous intégrons le produit  $f_g(z|z_0)p(z_0)$  par rapport la variable  $z_0$  et ainsi nous déduisons l'expression de la fonction  $G_1(z|z_0)$  :

$$G_1(z|z_0) = e^{-jk_L z} \frac{e^{(jk_L-\beta)z_0}}{jk_L - \beta} + e^{jk_L z} \frac{e^{(jk_L-\beta)z_0}}{jk_L - \beta} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} e^{-\beta z_0}.$$

Nous calculons aisément la valeur de la fonction  $G_1(z|z_0)$  pour  $z_0 \rightarrow \infty$  et  $z_0 = 0$  respectivement :

$$G_1(z|z_0 \rightarrow \infty) = 0,$$

et

$$G_1(z|z_0 = z) = \frac{e^{-\beta z}}{jk_L - \beta} + \frac{e^{-\beta z} e^{2jk_L z}}{jk_L - \beta} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} e^{-\beta z}.$$

### C.3.3 Calcul de la fonction $G_2(z|z_0)$ .

De la même manière, nous explicitons maintenant le produit  $f_d(z|z_0)p(z_0)$  :

$$\begin{aligned} f_d(z|z_0)p(z_0) &= e^{jk_L(z-z_0)}e^{-\beta z_0} + e^{2jk_L z_0}e^{jk_L(z-z_0)}e^{-\beta z_0} + \frac{\chi\beta T_0 e^{jk_L z_0}}{jk_L C_{11}}e^{jk_L(z-z_0)}e^{-\beta z_0} \Rightarrow \\ f_d(z|z_0)p(z_0) &= e^{jk_L z}e^{(-jk_L-\beta)z_0} + e^{jk_L z}e^{(jk_L-\beta)z_0} + \frac{\chi\beta T_0}{jk_L C_{11}}e^{jk_L z}e^{-\beta z_0}. \end{aligned}$$

L'intégration du produit  $f_d(z|z_0)p(z_0)$  par rapport à  $z_0$  permet de déduire l'expression de la fonction  $G_2(z|z_0)$  :

$$G_2(z|z_0) = e^{jk_L z} \frac{e^{(-jk_L-\beta)z_0}}{-jk_L - \beta} + e^{jk_L z} \frac{e^{(jk_L-\beta)z_0}}{jk_L - \beta} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} e^{-\beta z_0}.$$

La fonction  $G_2(z|z_0)$  vaut respectivement pour  $z_0 = 0$  et  $z_0 = z$  :

$$G_2(z|z_0 = 0) = e^{jk_L z} \left( \frac{1}{-jk_L - \beta} + \frac{1}{jk_L - \beta} \right) - \frac{\chi T_0}{jk_L} e^{jk_L z} = -\frac{2\beta}{k_L^2 + \beta^2} e^{jk_L z} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z},$$

et

$$G_2(z|z_0 = z) = \frac{e^{-\beta z_0}}{-jk_L - \beta} + \frac{e^{2jk_L z} e^{-\beta z_0}}{jk_L - \beta} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} e^{-\beta z}.$$

Maintenant, nous utilisons l'expression (C.12e) pour calculer le champ des déplacements :

$$u(z) = -G_1(z|z_0 \rightarrow \infty) - G_1(z|z_0 = z) + G_2(z|z_0 = z) - G_2(z|z_0 = 0),$$

où  $G_1(z|z_0 \rightarrow \infty)$ ,  $G_1(z|z_0 = z)$ ,  $G_2(z|z_0 = z)$ , et  $G_2(z|z_0 = 0)$  sont respectivement :

- 1)  $G_1(z|z_0 \rightarrow \infty) = 0$ ,
- 2)  $G_1(z|z_0 = z) = \frac{e^{-\beta z}}{jk_L - \beta} + \frac{e^{-\beta z} e^{2jk_L z}}{jk_L - \beta} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} e^{-\beta z}$ ,
- 3)  $G_2(z|z_0 = z) = \frac{e^{-\beta z}}{-jk_L - \beta} + \frac{e^{2jk_L z} e^{-\beta z}}{jk_L - \beta} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} e^{-\beta z}$ ,
- 4)  $G_2(z|z_0 = 0) = -\frac{2\beta}{\beta^2 + k_L^2} e^{jk_L z} - \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z}$ .

En remplaçant les expressions précédentes dans l'équation (C.12e) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 u(z) &= 0 - \frac{e^{-\beta z}}{jk_L - \beta} - \frac{e^{-\beta z} e^{2jk_L z}}{jk_L - \beta} + \frac{2\beta e^{jk_L z}}{\beta^2 + k_L^2} - \frac{e^{-\beta z}}{jk_L + \beta} + \frac{e^{-\beta z} e^{2jk_L z}}{jk_L - \beta} + \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} \Rightarrow \\
 u(z) &= \frac{2jk_L}{\beta^2 + k_L^2} e^{-\beta z} + \frac{2\beta}{\beta^2 + k_L^2} e^{jk_L z} + \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z}.
 \end{aligned}$$

Nous multiplions cette équation par le terme constant  $b/2jk_L$ , et nous obtenons finalement :

$$\begin{aligned}
 u(z) &= -\frac{\chi \beta T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} e^{-\beta z} - \frac{\chi \beta^2 T_0}{jk_L C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} e^{jk_L z} + \frac{\chi T_0}{jk_L C_{11}} e^{jk_L z} = \\
 &\quad -\frac{\chi \beta T_0}{C_{11}(\beta^2 + k^2)} e^{-\beta z} + \frac{-\chi \beta^2 T_0 + \chi k^2 T_0 + \chi \beta^2 T_0}{jk_L C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} e^{jk_L z} \Rightarrow \\
 u(z) &= -\frac{\chi \beta T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} e^{-\beta z} + \frac{\chi k_L^2 T_0}{jk_L C_{11}(\beta^2 + k^2)} e^{jk_L z} \Rightarrow \\
 u(z) &= \frac{\chi T_0}{C_{11}(\beta^2 + k_L^2)} (-jk_L e^{jk_L z} - \beta e^{-\beta z}). \tag{C.13}
 \end{aligned}$$

# Bibliographie

- <sup>1</sup> CEA, “CIVA : Logiciel de simulation pour le contrôle non destructif, [http ://www-civa.cea.fr](http://www-civa.cea.fr).”
- <sup>2</sup> A. G. Bell, “Upon the production of sound by radiant energy,” *Philoso. Mag.*, vol. 11, no. 5, pp. 510–528, 1881.
- <sup>3</sup> E. Mercadier, “Sur la radiophonie,” *J. Phys. Theor. Appl.*, vol. 10, no. 1, pp. 53–68, 1881.
- <sup>4</sup> R. M. White, “Generation of elastic waves by transient surface heating,” *Journal of Applied Physics*, vol. 34, no. 12, p. 3559, 1963.
- <sup>5</sup> J. F. Ready, “Effects due to absorption of laser radiation,” *Journal of Applied Physics*, vol. 36, no. 2, p. 462, 1965.
- <sup>6</sup> D. Royer and E. Dieulesaint, “Optical detection of sub-Ångstrom transient mechanical displacement,” *IEEE Ultrason. Symp. Proc.*, pp. 527–530, 1986.
- <sup>7</sup> J.-P. Monchalin, “Optical detection of ultrasound,” *IEEE Trans. Ultras., Ferroelec. and Freq. Contr.*, *UFFC-33*, pp. 485–499, 1986.
- <sup>8</sup> J.-P. Monchalin and R. Héon, “Laser ultrasonic generation and optical detection with a confocal fabry-pérot interferometer,” *Materials Evaluation*, vol. 44, no. 5, pp. 1231–1237, 1986.
- <sup>9</sup> A. D. McKie and R. C. Addison Jr, “Rapid inspection of composites using laser-based ultrasound,” in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 507–516, Springer, 1993.
- <sup>10</sup> J. N. Caron, J. B. Mehl, and K. V. Steiner, “Ultrasonic NDE of composite panels with gas-coupled laser acoustic detection,” in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 635–642, Springer, 1998.
- <sup>11</sup> A. Blouin, S. Krüger, D. Lévesque, and J.-P. Monchalin, “Applications of laser-ultrasonics to the automotive industry,” 2008.
- <sup>12</sup> O. Pétillon, J.-P. Dupuis, H. Voillaume, H. Trétout, and P. Padoy, “Laser ultrasonic : From the lab to the industry,” *15th World Conference on Non-Destructive Testing*, 2000.
- <sup>13</sup> M. A. Osterkamp and D. L. Kaiser, “Application of laser ultrasonics for the non-destructive inspection of complex composite aerospace structures,”
- <sup>14</sup> E. Cuevas Aguado, E. Cabellos, and L. Rubio Garcia, “Laser ultrasonics inspections of aeronautical components with high cadence and geometrical variations, manufac-

- tured by RTM : Resin transfer moulding,” *6th International Symposium on NDT in Aerospace, 12-14th*, 2014.
- <sup>15</sup> C. B. Scruby, R. J. Dewhurst, D. A. Hutchins, and S. B. Palmer, “Quantitative studies of thermally generated elastic waves in laser-irradiated metals,” *Journal of Applied Physics*, vol. 51, no. 12, p. 6210, 1980.
  - <sup>16</sup> D. A. Hutchins, R. J. Dewhurst, and S. B. Palmer, “Directivity patterns of laser-generated ultrasound in aluminum,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, no. 5, pp. 1362–1369, 1981.
  - <sup>17</sup> R. J. Dewhurst, C. B. Scruby, S. B. Palmer, and D. A. Hutchins, “Quantitative measurements of laser-generated acoustic waveforms,” *Journal of Applied Physics*, vol. 53, no. 6, p. 4064, 1982.
  - <sup>18</sup> M. Dubois, “Optimization of temporal profile and optical penetration depth for laser-generation of ultrasound in polymer-matrix,” *Review of Progress in Quantitative Non-destructive Evaluation*, pp. 286–294, 2000.
  - <sup>19</sup> T. Stratoudaki, C. Edwards, S. Dixon, and S. B. Palmer, “The role of epoxy resin in the mechanism of laser-generated ultrasound in carbon-fiber-reinforced composites,” in *NDE for Health Monitoring and Diagnostics*, pp. 89–98, International Society for Optics and Photonics, 2003.
  - <sup>20</sup> S. Raetz, T. Dehoux, M. Pertion, and B. Audoin, “Acoustic beam steering by light refraction : Illustration with directivity patterns of a tilted volume photoacoustic source,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 134, no. 6, pp. 4381–4392, 2013.
  - <sup>21</sup> F. Bentouhami, B. Campagne, E. Cuevas, T. Drake, M. Dubois, T. Fraslin, P. Piñeiro, J. Serrano, and H. Voillaume, “LUCIE-a flexible and powerful laser ultrasonic system for inspection of large CFRP components,” *proceedings of LU2010, Bordeaux, France*, 2010.
  - <sup>22</sup> C. Corbel, F. Guillois, D. Royer, M. A. Fink, and R. De Mol, “Laser-generated elastic waves in carbon-epoxy composite,” *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 6, pp. 710–716, 1993.
  - <sup>23</sup> R. J. Conant and K. L. Telschow, “Longitudinal wave precursor signal from an optically penetrating thermoelastic laser source,” in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 497–504, Springer, 1989.
  - <sup>24</sup> F. A. McDonald, “On the precursor in laser-generated ultrasound waveforms in metals,” *Applied Physics Letters*, vol. 56, no. 3, p. 230, 1990.
  - <sup>25</sup> R. J. Conant and K. L. Telschow, “Optical and thermal parameter effects on laser-generated ultrasound,” *Acoustical Society of America*, vol. 88, no. 3, pp. 1494–1502, 1990.
  - <sup>26</sup> M. Dubois, F. Enguehard, and L. Bertrand, “Analytical one-dimensional model to study the ultrasonic precursor generated by a laser,” *Physical Review E*, vol. 50, no. 2, p. 1548, 1994.
  - <sup>27</sup> J. Wang, B. Xu, Z. Shen, X. Ni, and J. Lu, “Influence of transparent coating thickness on thermoelastic force source and laser-generated ultrasound waves,” *Applied Surface Science*, vol. 255, no. 16, pp. 7172–7178, 2009-05.

- <sup>28</sup> R. Coulette, E. Lafond, F. Lepoutre, D. Balageas, M.-H. Nadal, and C. Gondard, "Laser ultrasonics NDE of two-layered samples," in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, vol. 17, pp. 651–658, Springer, 1998.
- <sup>29</sup> U. Schleichert, K. J. Langenberg, W. Arnold, and S. Fabbender, "A quantitative theory of laser-generated ultrasound," in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 489–496, Springer, 1989.
- <sup>30</sup> C. B. Scruby and L. Drain, *Laser ultrasonics : techniques and applications*. A. Hilger, 1990.
- <sup>31</sup> B. Campagne and H. Voillaume, "Development of laser ultrasonics : application to complex shape aeronautical parts," in *1st International Symposium on Laser Ultrasonics : Science, Technology and Applications, Montreal, Canada*, 2008.
- <sup>32</sup> M. Dubois, "Etude de la génération des ultrasons par laser dans un matériau composite," 1994, Thèse, Université de Montréal.
- <sup>33</sup> M. Dubois, F. Enguehard, L. Bertrand, M. Choquet, and J.-P. Monchalin, "Modeling of laser thermoelastic generation of ultrasound in an orthotropic medium," *Applied Physics Letters*, vol. 64, no. 5, p. 554, 1994.
- <sup>34</sup> C. Thomsen, H. T. Grahn, H. J. Maris, and J. Tauc, "Surface generation and detection of phonons by picosecond light pulses," *Physical Review B*, vol. 34, no. 6, p. 4129, 1986.
- <sup>35</sup> E. Lys, F. Bentouhami, B. Campagne, V. Métivier, and H. Voillaume, "Simulation of the temperature change induced by a laser pulse on a CFRP composite using a finite element code for ultrasonic non-destructive testing," in *Mechanics and Properties of Composed Materials and Structures* (A. Öchsner, L. F. M. da Silva, and H. Altenbach, eds.), vol. 31, pp. 103–115, Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- <sup>36</sup> B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, vol. 1. Robert E. Krieger Publishing Company, 2ème ed., 1990.
- <sup>37</sup> F. Lepoutre, J. P. Roger, D. Fournier, and A. C. Boccara, "Measurement of the temperature field in the gas of a photoacoustic cell," *Journal of Applied Physics*, vol. 54, no. 8, p. 4686, 1983.
- <sup>38</sup> A. J. Rudgers, "Analysis of thermoacoustic wave propagation in elastic media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 88, no. 2, pp. 1078–1094, 1990.
- <sup>39</sup> Q. Shan, A. S. Bradford, and R. J. Dewhurst, "New field formulas for the fabry-perot interferometer and their application to ultrasound detection," *Measurement Science and Technology*, vol. 9, no. 1, p. 24, 1998.
- <sup>40</sup> C. S. Lim, H. C. Park, H. J. Huh, M. K. Kang, K. J. OH, Y. Nagata, H. Yamada, and N. Hamada, "Measurement of laser-ultrasound using a fiber fabry-perot interferometer," in *1st International Symposium on Laser Ultrasonics : Science, Technology and Applications, Montreal*, 2008.
- <sup>41</sup> V. Gusev and A. A. Karabutov, *Laser Optoacoustics*. American Institute of Physics, 1993.
- <sup>42</sup> H. G. Nguyen, "Approche micromécanique pour la modélisation du comportement élastoplastique des composites : application aux mortiers de résine," 2008, Thèse, Université de Cergy-Pontoise.

- <sup>43</sup> Marc Dubois, "Experimental verification of the effects of optical wavelength on the amplitude of laser generated ultrasound in polymer-matrix composites," *Ultrasonics*, vol. 40, pp. 809–812, 2002.
- <sup>44</sup> T. Stratoudaki, C. Edwards, S. Dixon, and S. B. Palmer, "Optical absorption of epoxy resin and its role in the laser ultrasonic generation mechanism in composite materials," 2003.
- <sup>45</sup> G. C. Wetsel, "Ultrasonic-wave generation by harmonic heating in composite structures," *Applied Physics Letters*, vol. 41, no. 5, p. 511, 1982.
- <sup>46</sup> H. Lamb, "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid," *Philosophical Transactions of the Royal Society*, vol. 203, no. 359, pp. 1–42, 1904.
- <sup>47</sup> G. F. Miller and H. Pursey, "The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid," *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 223, no. 1155, pp. 521–541, 1954.
- <sup>48</sup> A. E. Lord, "Geometric diffraction loss in longitudinal and shear wave attenuation measurements in an isotropic half space," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 39, no. 4, pp. 650–662, 1966.
- <sup>49</sup> J. D. Achenbach, *Reciprocity in elastodynamics*. Cambridge University Press, 2003.
- <sup>50</sup> J. R. Bernstein and J. B. Spicer, "Line source representation for laser-generated ultrasound in aluminum," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 107, no. 3, pp. 1352–1357, 2000.
- <sup>51</sup> G. S. Taylor, D. A. Hutchins, and C. Edwards, "TEA-CO<sub>2</sub> laser generation of ultrasound in nonmetals," *Ultrasonics*, vol. 28, no. 434, pp. 343–349, 1990.
- <sup>52</sup> B. Yuhai and Y. Chongfu, "Experimental studies of directivity patterns of laser generated ultrasound in neutral glasses," *Ultrasonics*, vol. 33, no. 6, pp. 429–436, 1995.
- <sup>53</sup> W. Yaping, S. Dufang, and H. Yulong, "Study of the directivity of laser generated ultrasound in solids," *Journal of Applied Physics*, vol. 83, no. 3, p. 1207, 1998.
- <sup>54</sup> F. Reverdy, "Synthèse de fronts acoustiques plans par déplacement d'une source laser : application à l'évaluation non destructive de matériaux composites."
- <sup>55</sup> M.-H. Noroy, D. Royer, and M. A. Fink, "The laser-generated ultrasonic phased array : Analysis and experiments," *Journal Acoustical Society of America*, vol. 94, no. 4, pp. 1934–1943, 1993.
- <sup>56</sup> M. Fink, F. Gires, and others, "Directivity patterns of a moving thermoelastic source in solid media," *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 2, pp. 285–292, 1992.
- <sup>57</sup> Y. H. Berthelot, "The nearfield directivity pattern of a thermoacoustic array," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 76, p. S24, 1984.
- <sup>58</sup> M. Pertont, "Ultrasons rayonnés par une source laser ponctuelle dans des milieux isotropes transverses et applications à la mesure du tenseur d'élasticité de cylindres et de couches minces," 2006, Thèse, Université de Bordeaux.
- <sup>59</sup> P. Jilek and V. Cerveny, "Radiation patterns of point sources situated close to structural interfaces and to the earth's surface," *Pure and Applied Geophysics*, vol. 148, no. 1, pp. 175–225, 1996.

- <sup>60</sup> A. E. H. Love, *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Dover Publications, 1892.
- <sup>61</sup> E. Betti, “Teori della elasticita,” *Nuovo Cimento*, pp. 7–10, 1872.
- <sup>62</sup> L. Rayleigh, “Some general theorems relating to vibrations,” *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 1, no. 1, pp. 357–368, 1871.
- <sup>63</sup> S. Timoshenko, *Strength of Materials*. D. Van Nostrand Company, 1930.
- <sup>64</sup> S. Raetz, “Développement de méthodes numériques pour l’imagerie de sources optoacoustiques en milieu solide,” 2012, Thèse, Université Bordeaux I.
- <sup>65</sup> D. Royer, *Elastic Waves In Solids 1 : Free And Guided Propagation*.
- <sup>66</sup> J. D. Achenbach, *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland Pub. Co.; American Elsevier Pub., 1973.
- <sup>67</sup> Schott, “Schott datasheet on neutral density NG1 glass,” 2013.
- <sup>68</sup> F. Decremps, D. Antonangeli, M. Gauthier, S. Ayrinhac, M. Morand, G. L. Marchand, F. Bergame, and J. Philippe, “Sound velocity of iron up to 152 GPa by picosecond acoustics in diamond anvil cell,” *Geophysical Research Letters*, vol. 41, no. 5, pp. 1459–1464, 2014-03-16.
- <sup>69</sup> W. Feng, D. Yang, Y. Guo, and Y. Chang, “Finite element modeling of bulk ultrasonic waves generated by ring-shaped laser illumination in a diamond anvil cell,” *Optics express*, vol. 20, no. 6, pp. 6429–6438, 2012.
- <sup>70</sup> S. M. Nikitin, V. Tournat, N. Chigarev, A. Bulou, B. Castagnede, A. Zerr, and V. Gusev, “Directivity patterns and pulse profiles of ultrasound emitted by laser action on interface between transparent and opaque solids : Analytical theory,” *Journal of Applied Physics*, vol. 115, no. 4, p. 044902, 2014-01-28.
- <sup>71</sup> M. Kouyate, T. Pezeril, D. Mounier, and V. Gusev, “Generation of inhomogeneous plane shear acoustic modes by laser-induced thermoelastic gratings at the interface of transparent and opaque solids,” *Journal of Applied Physics*, vol. 110, no. 12, p. 12356, 2011.
- <sup>72</sup> D. Royer, “Influence of the elastic properties of the backing material in thermoelastic wave generation,” *Ultrasonics Symposium*, vol. 90, pp. 664–667, 1983.
- <sup>73</sup> D. A. Hutchins, “Laser generated ultrasound at modified metal surfaces,” *Ultrasonics*, vol. 41, no. 3, pp. 103–108, 1981-05.
- <sup>74</sup> G. C. Wetsel, “Thermoelastic wave generation by the heated interface between two media,” in *1980 Ultrasonics Symposium*, pp. 645–648, IEEE, 1980.
- <sup>75</sup> V. Gusev, “Generation of inhomogeneous bulk plane acoustic modes by laser-induced thermoelastic grating near mechanically free surface,” *Journal of Applied Physics*, vol. 107, no. 11, p. 114906, 2010.
- <sup>76</sup> H. Schmidt, M. Naumann, T. Müller, and M. Akarsu, “Application of spray techniques for new photocatalytic gradient coatings on plastics,” *Thin Solid Films*, vol. 502, no. 1, pp. 132–137, 2006-04.

- <sup>77</sup> E. Mokaripoor and M.-M. Bagheri-Mohagheghi, "Study of structural, electrical and photoconductive properties of f and p co-doped SnO<sub>2</sub> transparent semiconducting thin film deposited by spray pyrolysis," *Materials Science in Semiconductor Processing*, vol. 30, pp. 400–405, 2015-02.
- <sup>78</sup> R. U. R. Sagar, X. Zhang, C. Xiong, and Y. Yu, "Semiconducting amorphous carbon thin films for transparent conducting electrodes," *Carbon*, vol. 76, pp. 64–70, 2014-09.
- <sup>79</sup> G. West and P. Kelly, "Improved properties of optical coatings through substrate pre-treatment," *Thin Solid Films*, vol. 502, no. 1, pp. 55–58, 2006-04.
- <sup>80</sup> G. S. Barroso, W. Krenkel, and G. Motz, "Low thermal conductivity coating system for application up to 1000 c by simple PDC processing with active and passive fillers," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 35, no. 12, pp. 3339–3348, 2015-10.
- <sup>81</sup> X. Ren, C. Wan, M. Zhao, J. Yang, and W. Pan, "Mechanical and thermal properties of fine-grained quasi-eutectoid (La<sub>1-x</sub>Y<sub>x</sub>)<sub>2</sub>Zr<sub>2</sub>O<sub>7</sub> ceramics," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 35, no. 11, pp. 3145–3154, 2015-10.
- <sup>82</sup> F. Campbell, *Manufacturing Processes for Advanced Composites*. elsevier ltd. ed., 2004.
- <sup>83</sup> R. J. von Gutfeld and R. L. Melcher, "20-MHz acoustic waves from pulsed thermoelastic expansions of constrained surfaces," *Applied Physics Letters*, vol. 30, no. 6, p. 257, 1977.
- <sup>84</sup> A. Cheng, T. W. Murray, and J. D. Achenbach, "Simulation of laser-generated ultrasonic waves in layered plates," *Acoustical Society of America*, vol. 110, no. 2, pp. 848–855, 2001.
- <sup>85</sup> B. Xu, Z. Shen, X. Ni, J. Wang, J. Guan, and J. Lu, "Thermal and mechanical finite element modeling of laser-generated ultrasound in coating-substrate system," *Optics & Laser Technology*, vol. 38, no. 3, pp. 138–145, 2006-04.
- <sup>86</sup> R. Klein, *Laser Welding of Plastics*. Wiley-VCH, 2011.
- <sup>87</sup> M. Dubois, F. Enguehard, and L. Bertrand, "A two-layer model for the laser generation of ultrasound in graphite-epoxy laminates," in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 529–536, Springer, 1995.
- <sup>88</sup> A. D. McKie, "Practical considerations for the rapid inspection of composite materials using laser-based ultrasound," *Ultrasonics*, vol. 32, no. 5, pp. 333–345, 1994.